



## ANALISIS MODEL MATEMATIKA PADA PENANGGULANGAN PENCEMARAN UDARA

**Adella Aulia Mukti<sup>1,\*), Ismail Husein<sup>2)</sup>, Rima Aprilia<sup>3)</sup></sup>**

<sup>1,2,3)</sup>Program Studi Matematika, Universitas Islam Negeri Sumatera Utara  
\*email: [adellamukti99@gmail.com](mailto:adellamukti99@gmail.com)

**Abstrak:** Penelitian ini menggunakan pendekatan kuantitatif dengan metode pemodelan matematika berbasis data sekunder dari Dinas Lingkungan Hidup (DLH) Kota Medan. Data mencakup konsentrasi karbon monoksida (CO), karbon dioksida (CO<sub>2</sub>), dan oksigen (O<sub>2</sub>) pada empat kawasan berisiko tinggi pencemaran, yaitu kawasan industri, perkantoran, permukiman, dan area dengan kepadatan kendaraan tinggi. Model yang diterapkan adalah *Vector Autoregression* (VAR), yang mampu menangkap hubungan dinamis antarvariabel tanpa perlu membedakan variabel endogen dan eksogen. Sebelum pemodelan, dilakukan uji stasionalitas dengan *Augmented Dickey-Fuller* (ADF), penentuan lag optimal, serta uji kausalitas Granger. Hasil penelitian menunjukkan adanya tren peningkatan konsentrasi CO, penurunan CO<sub>2</sub>, dan kenaikan moderat kadar O<sub>2</sub>. Model VAR yang dibangun memiliki akurasi yang baik dengan nilai *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE) sebesar 7,85%, sehingga efektif digunakan untuk peramalan jangka pendek pencemaran udara. Dengan demikian, pemodelan ini dapat menjadi dasar analisis dan perumusan strategi penanggulangan pencemaran udara di Kota Medan.

**Kata Kunci:** Model Matematika; Penanggulangan; Pencemaran Udara

**Abstract:** This study employs a quantitative approach with a mathematical modeling method using secondary data from the Environmental Agency (DLH) of Medan City. The data include concentrations of carbon monoxide (CO), carbon dioxide (CO<sub>2</sub>), and oxygen (O<sub>2</sub>) from four high-risk pollution areas, namely industrial zones, office areas, residential neighborhoods, and high-traffic zones. The applied model is Vector Autoregression (VAR), which can capture dynamic relationships among variables without distinguishing between endogenous and exogenous variables. Prior to modeling, stationarity tests with the Augmented Dickey-Fuller (ADF), optimal lag determination, and Granger causality tests were conducted. The results show an increasing trend in CO concentration, a decrease in CO<sub>2</sub>, and a moderate increase in O<sub>2</sub> levels. The constructed VAR model demonstrates good accuracy with a Mean Absolute Percentage Error (MAPE) of 7.85%, making it effective for short-term air pollution forecasting. Therefore, this modeling approach can serve as a foundation for analysis and strategy formulation in air pollution mitigation in Medan City.

**Keywords:** Mathematical Models; Countermeasures; Air Pollution



## PENDAHULUAN

Pencemaran udara di perkotaan seperti Kota Medan terutama disebabkan oleh emisi kendaraan bermotor, aktivitas industri, dan pembakaran terbuka yang meningkatkan konsentrasi gas berbahaya (CO, CO<sub>2</sub>) dan partikel halus (PM<sub>2,5</sub>) di atas ambang aman. Untuk memahami dinamika pencemaran secara lebih akurat, dibutuhkan pendekatan matematis sebagai alat bantu pengambilan keputusan (Prabowo & Muslim, 2019). Udara dapat dibedakan menjadi dua, yaitu udara emisi (pencemaran udara) yang bersumber dari knalpot kendaraan bermotor dan cerobong gas industri dan udara ambien yang bersumber dari udara bebas di permukaan bumi dan dihirup oleh makhluk hidup (Simarmata et al., 2022). Untuk mendapatkan udara dengan tingkat kualitas yang diinginkan maka perlu dilakukan pengendalian pencemaran udara (Haris et al., 2022).

Kondisi lingkungan yang tercemar yang di sebabkan oleh pencemaran udara secara substansial menyebabkan peningkatan risiko masalah kesehatan dan kematian dini (Siburian, 2020). Menurut (Marlina, 2022) pencemaran udara yang ditimbulkan bahan-bahan tercemar oleh sumber-sumber tersebut dapat menyebabkan terjadinya fenomena alam, yaitu perubahan iklim. Perubahan iklim sudah mulai terjadi dan telah terbukti berdasarkan fakta yang ada yang salah indikator terjadinya yaitu adanya peningkatan suhu rata-rata permukaan bumi yang sering disebut sebagai *Global Warming* (Ndii, 2018).

Menurut *Air Quality Live Index* (AQLI), kondisi kualitas udara di Indonesia memburuk sejak dua dekade terakhir, dan saat ini menempati peringkat ke-5 negara dengan kualitas udara terburuk di dunia (Romadhon & Mokhtar, 2021). Tingginya tingkat polusi udara pada suatu keadaan dimana pencemaran yang terjadi melebihi kemampuan alam untuk membersihkan dirinya sendiri sehingga pencemaran itu akan membahayakan kesehatan manusia dan memberikan dampak yang luas terhadap flora, fauna dan ekosistem yang ada (Abidin & Hasibuan, 2019).

Salah satu daerah di Indonesia yang memiliki kualitas udara yang buruk adalah Kota Medan. Medan adalah ibukota provinsi Sumatera Utara yang merupakan Kota terbesar dan terpadat ketiga setelah DKI Jakarta dan Surabaya. Penduduk Kota Medan bertambah menjadi 2.460.858 jiwa (*Berita Resmi Statistik*, 2022). Penelitian Kualitas Udara (AQI) mengungkapkan bahwa tingkat polusi udara di Kota Medan berada di angka 110 micron diameter dan masuk kategori tidak sehat. Penyebab utama dari ketergantungan penduduk kota pada kendaraan dan jaringan jalan yang ada (Rosyidah et al., 2017). Permasalahan transportasi di perkotaan, seperti Kota Medan umumnya meliputi kemacetan lalu lintas, parkir, angkutan umum, polusi dan ketertiban lalu lintas. Sehingga pesatnya pertumbuhan kendaraan bermotor tahun ke tahun menimbulkan permasalahan terhadap penurunan kualitas lingkungan seperti pencemaran udara juga meningkat. Faktor penyebab lainnya adalah gas buangan dari asap pabrik-pabrik industri, hingga asap pembakaran sampah, kebakaran hutan dan lain sebagainya (Tumpu et al., 2019).

Beberapa penanggulangan pencemaran udara telah dilakukan oleh pemerintah, seperti penanaman pohon di jalan-jalan besar. Dengan dipercepatnya proses pemantauan data maka



dapat dipercepat proses tindak lanjut untuk menangani pencemaran udara di titik tersebut (Simatupang et al., 2022). Berdasarkan wawancara dengan pihak Dinas Lingkungan Hidup Kota Medan, di kota Medan sendiri, teknologi pemantauan kualitas udara sudah tersebar di beberapa kawasan yang rentan terhadap pencemaran udara. Kawasan yang rentan terhadap pencemaran udara yaitu kawasan pemukiman yang padat penduduk, kawasan perkantoran ataupun perdagangan, kawasan padat kendaraan serta kawasan industri.

Untuk memahami dinamika pencemaran secara lebih akurat, diperlukan pendekatan matematis yang mampu memodelkan hubungan antar variabel secara kuantitatif sebagai alat bantu dalam pengambilan keputusan dan perencanaan kebijakan. Model matematika sebagai paparan sederhana yang dituangkan ke dalam simbol-simbol matematika yang penyajiannya dirasa penting untuk waktu mendatang. Dengan demikian, model matematika yang diformulasikan diharapkan mampu menjelaskan situasi kompleks yang sedang diamati. Tahapan dalam proses pemodelan pencemaran udara dilakukan melalui konseptualisasi dan identifikasi, representasi matematika kemudian implementasi numerik, estimasi parameter dan kalibrasi, pengujian hipotesis serta validasi untuk memastikan model yang dihasilkan dengan membandingkan dengan data pengukuran (Sofyan, 2022).

Pemodelan matematika dilakukan dengan metode analisis yang dapat digunakan untuk meramalkan adalah analisis deret waktu (Maulana, 2018). VAR merupakan metode deret waktu yang dapat digunakan untuk memodelkan dan meramalkan lebih dari satu variabel secara simultan. Keunggulan dari metode VAR adalah (1) bentuk model sederhana tidak perlu menentukan variabel endogen dan variabel eksogen karena dalam model ini, semua variabel adalah variabel endogen; (2) estimasi model VAR bersifat sederhana yaitu bisa menggunakan metode kuadrat terkecil (MKT); (3) hasil peramalan yang diperoleh dari metode ini lebih baik dibandingkan dengan model simultan kompleks lainnya (R. L. Ramli et al., 2019).

Berdasarkan permasalahan tersebut, penelitian ini bertujuan untuk membentuk dan menganalisis model matematika dalam penanggulangan pencemaran udara di Kota Medan. Melalui pendekatan ini, diharapkan dapat diperoleh gambaran yang lebih akurat mengenai dinamika pencemaran udara dan menjadi dasar ilmiah dalam merumuskan strategi mitigasi yang efektif di kawasan-kawasan rentan pencemaran. Dengan model matematika ini dapat mengetahui faktor-faktor dari peningkatan pencemaran udara sehingga dengan model yang dihasilkan dapat diketahui apa saja faktor yang harus ditingkatkan dan diturunkan agar permasalahan pencemaran udara dapat segera diatasi.

## METODE PENELITIAN

Penelitian ini menggunakan penelitian kuantitatif dengan sumber data sekunder yang di dapatkan dari Dinas Lingkungan Hidup Kota Medan serta menganalisa teori-teori yang relevan berdasarkan permasalahan yang dibahas berdasarkan studi kepustakaan menggunakan data Januari-Desember 2023 dengan jenis data yaitu CO, CO<sub>2</sub> dan O.



Variabel dalam penelitian ini adalah:

- $X$  : konsentrasi karbon dioksida  
 $Y$  : konsentrasi karbon monoksida  
 $Z$  : konsentrasi oksigen (Putri, 2018)

Parameter yang digunakan dalam penelitian ini parameter berdasarkan 4 kawasan yang rentan terhadap pencemaran udara menurut Dinas Lingkungan Hidup Kota Medan :

- $a$  : pencemaran udara di kawasan industri  
 $b$  : pencemaran udara di kawasan perkantoran  
 $c$  : pencemaran udara di kawasan pemukiman  
 $d$  : pencemaran udara di kawasan padat kendaraan

Ketiga variabel polutan tersebut diukur dan dianalisis pada masing-masing kawasan untuk menangkap dinamika dan karakteristik pencemaran udara yang berbeda-beda. Keterkaitannya dapat dijelaskan sebagai berikut:

1. Kawasan industri (a) umumnya menunjukkan nilai  $X$  dan  $Y$  yang tinggi, karena aktivitas pembakaran dan proses produksi menghasilkan emisi  $\text{CO}_2$  dan  $\text{CO}$  secara signifikan, sedangkan nilai  $Z$  ( $\text{O}_2$ ) cenderung menurun akibat penggunaan oksigen dalam proses pembakaran.
2. Kawasan perkantoran (b) mungkin menghasilkan  $\text{CO}_2$  ( $X$ ) dalam jumlah sedang akibat penggunaan alat pendingin dan kendaraan pribadi karyawan, namun  $\text{CO}$  ( $Y$ ) bisa lebih rendah dibanding kawasan industri dan kendaraan, dengan  $Z$  ( $\text{O}_2$ ) masih berada pada tingkat sedang.
3. Kawasan pemukiman (c) menghasilkan  $X$  dan  $Y$  dalam jumlah sedang hingga rendah, tergantung kepadatan penduduk dan aktivitas rumah tangga.  $Z$  ( $\text{O}_2$ ) bisa bervariasi tergantung keberadaan vegetasi dan ventilasi lingkungan.
4. Kawasan padat kendaraan (d) biasanya menunjukkan  $Y$  ( $\text{CO}$ ) tertinggi karena emisi langsung dari kendaraan bermotor, diikuti oleh  $X$  ( $\text{CO}_2$ ).  $Z$  ( $\text{O}_2$ ) pada kawasan ini cenderung rendah karena diserap dalam proses pembakaran mesin kendaraan.

Dengan demikian, variabel  $X$ ,  $Y$ , dan  $Z$  dianalisis secara terpisah untuk tiap kawasan a, b, c, dan d, untuk menangkap variasi spasial pencemaran udara dan membangun model peramalan yang memperhitungkan dinamika polutan antar kawasan.

Adapun prosedur pada penelitian ini adalah:

- a. Mengidentifikasi masalah yang akan diangkat dalam penelitian, yaitu masalah penanggulangan pencemaran udara.
- b. Mengumpulkan teori-teori yang relevan dengan masalah penanggulangan pencemaran udara.



- c. Membentuk model matematika penanggulangan pencemaran udara dengan menentukan variabel dan parameter yang berhubungan dengan masalah tersebut dengan persamaan :

$$CO_t = \alpha_{10} + \alpha_{11}CO_{t-1} + \alpha_{11}CO_{t-2} + \alpha_{12}CO2_{t-11} + \alpha_{12}CO2_{t-2} + \alpha_{13}O_{t-1} + \alpha_{13}O_{t-1}$$

$$CO2_t = \alpha_{20} + \alpha_{21}CO_{t-1} + \alpha_{21}CO_{t-2} + \alpha_{22}CO2_{t-11} + \alpha_{12}CO2_{t-2} + \alpha_{23}O_{t-1} + \alpha_{23}O_{t-1}$$

$$O_t = \alpha_{30} + \alpha_{31}CO_{t-1} + \alpha_{31}CO_{t-2} + \alpha_{32}CO2_{t-11} + \alpha_{32}CO2_{t-2} + \alpha_{33}O_{t-1} + \alpha_{33}O_{t-1}$$

- d. Melakukan uji kestasioneran data, uji Lag optimal serta uji Kausalitas Granger

- e. Melakukan peramalan berdasarkan uji VAR yang telah didapatkan.

## HASIL DAN PEMBAHASAN

### Hasil

#### Model Matematika

Model matematika penanggulangan pencemaran udara dilakukan dengan mempertimbangkan variabel  $X$  (konsentrasi karbon dioksida),  $Y$  (konsentrasi karbon monoksida),  $Z$  (konsentrasi oksigen). Dengan parameter yaitu :  $a$  (pencemaran udara di kawasan industri),  $b$  (pencemaran udara di kawasan perkantoran),  $c$  (pencemaran udara di kawasan pemukiman) dan  $d$  (pencemaran udara di kawasan padat kendaraan). Berdasarkan pengamatan menggunakan alat pemantau pencemaran udara, khususnya di 4 kawasan yang rawan mengalami pencemaran udara, yaitu di kawasan industri, kawasan perantoran, kawasan pemukiman dan kawasan padat kendaraan didapatkan data statistik. Statistik deskriptif karbon monoksida, karbon dioksida dan oksigen disajikan dalam tabel 1 sebagai berikut.

$$\bar{X}_{CO} = \frac{44 + 42 + 43 + 45 + 50 - 51 + 53 + 54 + 54 + 56 + 57 + 63 + 72 + 73 + 74 + \dots + 85}{217}$$

$$\bar{X}_{CO} = 64,5$$

**Tabel 1.** Statistik Deskriptif Karbon Monoksida, Karbon Dioksida dan Oksigen

Variabel	CO	CO2	O
Mean	64,5	4006	97
Median	32,5	4125	94,5
Maximum	85	9940	200
Minimum	1	16	1
Std.Dev	31,5881	2340,6	70,6162
Observasi	217	208	207

### Uji Kestasioneran Data



### 1.) Tahap Uji Kestasioneran Data pada Karbon Monoksida (CO)

Berikut plot data aktual untuk melihat kestasioneran data karbon monoksida:



**Gambar 1** Plot Konsentrasi Karbon Monoksida

Berdasarkan uji kestasioneran data, konsentrasi karbon monoksida sudah memenuhi syarat stasioner. Hal ini dibuktikan dengan nilai probabilitas  $< 0,05$  yaitu sebesar 0,000, hasil ini diperoleh dari uji stasioner data menggunakan software *E-Views* 9.0.

**Tabel 2** Hasil Uji Staioner Data pada Konsentrasi Karbon Monoksida

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-13.31506	0.0000
Test critical values:		
1% level	-3.480038	
5% level	-2.883239	
10% level	-2.578420	

\*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Berdasarkan tabel 2 dapat dilihat bahwa nilai mutlak statistik-t untuk *Augmented Dickey-Fuller* (ADF) adalah sebesar -13,315 sehingga lebih kecil daripada nilai kritik mackinon  $\alpha = 0,05$  sehingga data sudah stasioner.

### 2.) Tahap Uji Kestasioneran Data pada Karbon Dioksida (CO<sub>2</sub>)

Berikut plot data aktual untuk melihat kestasioneran data karbon dioksida :



**Gambar 2** Plot Konsentrasi Karbon Dioksida

Berdasarkan uji kestasioneran data, konsentrasi karbon dioksida sudah memenuhi syarat stasioner. Hal ini dibuktikan dengan nilai probabilitas  $< 0,05$  yaitu sebesar 0,000, hasil ini diperoleh dari uji stasioner data menggunakan software *E-Views* 9.0.



**Tabel 3** Hasil Uji Staioner Data pada Konsentrasi Karbon Dioksida

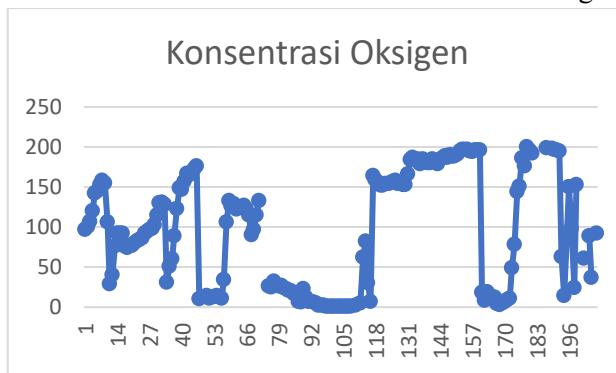
	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-11.57834	0.0000
Test critical values:		
1% level	-3.469451	
5% level	-2.878618	
10% level	-2.575954	

\*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Berdasarkan tabel 3 dapat dilihat bahwa nilai mutlak statistik-t untuk *Augmented Dickey-Fuller* (ADF) adalah sebesar -11,57 sehingga lebih kecil daripada nilai kritik mackinon  $\alpha = 0,05$  sehingga data sudah stasioner.

### 3.) Tahap Uji Kestasioneran Data pada Karbon Oksigen O

Berikut plot data aktual untuk melihat kestasioneran data oksigen :



**Gambar 3** Plot Konsentrasi Oksigen

Berdasarkan uji kestasioneran data, konsentrasi karbon dioksida sudah memenuhi syarat strasioner. Hal ini dibuktikan dengan nilai probabilitas  $< 0,05$  yaitu sebesar 0,000, hasil ini diperoleh dari uji stasioner data menggunakan software *E-Views 9.0*.

**Tabel 4** Hasil Uji Staioner Data pada Konsentrasi Karbon Monoksida

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-10.82819	0.0000
Test critical values:		
1% level	-3.468072	
5% level	-2.878015	
10% level	-2.575632	

\*MacKinnon (1996) one-sided p-values.



Berdasarkan tabel 4. dapat dilihat bahwa nilai mutlak statistik-t untuk *Augmented Dickey-Fuller* (ADF) adalah sebesar -10,82 sehingga lebih kecil daripada nilai kritik mackinon  $\alpha = 0,05$  sehingga data sudah stasioner.

### Pengujian Lag Optimal

Data karbon monoksida, karbon dioksida dan oksigen yang sudah stasioner selanjutnya dilakukan tahap uji untuk menentukan *lag* optimal menggunakan model VAR. Pengujian dilakukan menggunakan *software E-Views* sehingga didapatkan panjang *lag* optimu seperti pada tabel 5.

**Tabel 5** Panjang Lag Optimal

Lag	LogL	LR	FPE	AIC	SC	HQ
0	-1739.552	NA	2.04e+13	39.15848	39.24237	39.19229
1	-1332.051	778.3739	2.63e+09	30.20339	30.53893*	30.33864
2	-1323.801	15.20205	2.68e+09	30.22024	30.80745	30.45693
3	-1297.430	46.81616	1.81e+09	29.82988	30.66875	30.16800*
4	-1284.026	22.89181*	1.65e+09*	29.73092*	30.82145	30.17048

Berdasarkan tabel 5, dapat dilihat bahwa nilai AIC, SC dan HQ yang lebih kecil diantara lag nol hingga lag 4 adalah AIC pada lag 4. Sehingga kita dapat mengetahui bahwa lag optimal yang digunakan untuk model VAR adalah pada lag 4.

### Uji Kausalitas Granger

Setelah didapatkan panjang lag optimal, langkah selanjutnya adalah menguji kausalitas granger. Uji kausalitas granger dilakukan untuk melihat ada atau tidaknya timbal balik antar variabel. Berikut adalah hasil uji kausalitas granger antara variabel konsentrasi karbon monoksida, karbon dioksida, oksigen.

**Tabel 6** Uji Granger Causality

Null Hypothesis:	Obs	F-Statistic	Prob.
SER02 does not Granger Cause SER01	89	0.49384	0.7403
SER01 does not Granger Cause SER02		0.46703	0.7597
SER03 does not Granger Cause SER01	98	0.40687	0.8033
SER01 does not Granger Cause SER03		0.35235	0.8418
SER03 does not Granger Cause SER02	155	0.23445	0.9186
SER02 does not Granger Cause SER03		1.53920	0.1939

Berdasarkan uji kausalitas granger diatas, dapat dilihat bahwa tidak ada variabel yang saling mempengaruhi satu sama lain.



### Estimasi Parameter Pemodelan Matematika Pencemaran Udara

Pada tahap ini, merupakan tahap pengestimasian parameter untuk model VAR. Pada tahap ke-2 sebelumnya sudah diperoleh bahwa panjang lag adalah 4 yang terdiri dari 3 variabel sehingga model yang dihasilkan untuk diestimasi adalah menggunakan persamaan VAR pada tabel 7.

**Tabel 7** Estimasi Model Menggunakan VAR

	CO	CO2	O
CO(-1)	1.072684 (0.09462) [ 11.3367]	-6.751170 (16.1659) [-0.41762]	-0.176018 (0.38655) [-0.45535]
CO(-2)	-0.083306 (0.09520) [-0.87506]	8.515894 (16.2649) [ 0.52357]	0.232275 (0.38892) [ 0.59723]
CO2(-1)	0.001023 (0.00123) [ 0.83350]	0.876685 (0.20960) [ 4.18258]	-0.006062 (0.00501) [-1.20959]
CO2(-2)	-0.000672 (0.00121) [-0.55302]	0.045864 (0.20756) [ 0.22097]	0.004927 (0.00496) [ 0.99272]
O(-1)	-0.028186 (0.04357) [-0.64691]	2.546246 (7.44401) [ 0.34205]	1.223775 (0.17800) [ 6.87516]
O(-2)	0.013539 (0.04334) [ 0.31239]	-3.747885 (7.40466) [-0.50615]	-0.281201 (0.17706) [-1.58818]
C	-0.000913 (1.32530) [-0.00069]	445.6151 (226.426) [ 1.96804]	10.63435 (5.41424) [ 1.96414]

R-squared	0.964435	0.828666	0.865121
Adj. R-squared	0.962323	0.818487	0.857108
Sum sq. Resids	3848.057	1.12E+08	64222.89
S.E. equation	6.172485	1054.564	25.21647
F-statistic	456.4830	81.41509	107.9699
Log likelihood	-346.1978	-901.4021	-498.1965
Akaike AIC	6.540699	16.82226	9.355490



Schwarz SC	6.714541	16.99610	9.529332
Mean dependent	35.69444	4339.574	85.98148
S.D. dependent	31.79945	2475.253	66.70846

---

Determinant resid covariance (dof adj.)	8.71E+09
Determinant resid covariance	7.12E+09
Log likelihood	-1684.808
Akaike information criterion	31.58903
Schwarz criterion	32.11056

Sehingga padat ditarik model sebagai berikut :

$$CO_t = \alpha_{10} + \alpha_{11}CO_{t-1} + \alpha_{12}CO_{t-2} + \alpha_{13}CO2_{t-1} + \alpha_{14}CO2_{t-2} + \alpha_{15}O_{t-1} + \alpha_{16}O_{t-2}$$

$$CO2_t = \alpha_{20} + \alpha_{21}CO_{t-1} + \alpha_{22}CO_{t-2} + \alpha_{23}CO2_{t-1} + \alpha_{24}CO2_{t-2} + \alpha_{25}O_{t-1} + \alpha_{26}O_{t-2}$$

$$O_t = \alpha_{30} + \alpha_{31}CO_{t-1} + \alpha_{32}CO_{t-2} + \alpha_{33}CO2_{t-1} + \alpha_{34}CO2_{t-2} + \alpha_{35}O_{t-1} + \alpha_{36}O_{t-2}$$

Dimana :

CO<sub>t</sub> : Karbon Monoksida pada waktu t

CO<sub>2t</sub> : Karbon Dioksida pada waktu t

O<sub>t</sub> : Oksigen pada waktu t

Berdasarkan hasil estimasi, dapat dibuat dalam bentuk model VAR sebagai berikut:

$$CO_t = -0,0009 + 1,7CO_{t-1} - 0,08CO_{t-2} + 0,001CO2_{t-11} - 0,0006CO2_{t-2} - 0,028O_{t-1} + 0,01O_{t-2}$$

$$CO2_t = 445,6 - 6,75CO_{t-1} + 8,51CO_{t-2} + 0,87CO2_{t-11} + 0,04CO2_{t-2} + 2,54O_{t-1} - 3,74O_{t-2}$$

$$O_t = 10,63 - 0,17CO_{t-1} + 0,23CO_{t-2} - 0,006CO2_{t-11} + 0,004CO2_{t-2} + 1,22O_{t-1} - 0,28O_{t-2}$$

### Tahap Penerapan Model untuk Peramalan

Setelah melakukan tahap data training dan data testing, selanjutnya dilakukan peramalan terhadap konsentrasi karbon monoksida, karbon dioksida dan oksigen. Peramalan diramalkan dari bulan Oktober 2022.

**Tabel 9.** Peramalan Konsentrasi Karbon Monoksida

Tanggal	Konsentrasi
01/10/2022	142,6219
02/10/2022	236,53
03/10/2022	390,81
04/10/2022	644,73
05/10/2022	1063,16



Berdasarkan tabel 9, konsentrasi karbon monoksida paling tinggi terjadi pada tanggal 5 Oktober 2022 dengan konsentrasi 1063,16 serta paling rendah terjadi pada 1 Oktober 2022 dengan konsentrasi 142,6219.

**Tabel 10** Peramalan Konsentrasi Karbon Dioksida

<b>Tanggal</b>	<b>Konsentrasi</b>
<b>01/10/2022</b>	6557,46
<b>02/10/2022</b>	6472
<b>03/10/2022</b>	5900,94
<b>04/10/2022</b>	5118,60
<b>05/10/2022</b>	3999,03

Berdasarkan tabel 10, konsentrasi karbon dioksida paling tinggi terjadi pada tanggal 1 Oktober 2022 dengan konsentrasi 6557,46 serta paling rendah terjadi pada 5 Oktober 2022 dengan konsentrasi 3999,03. Peningkatan signifikan konsentrasi karbon monoksida (CO) yang diprediksi terjadi pada 4–5 Oktober 2022, dengan nilai mencapai 644,73 hingga 1.063,16, kemungkinan besar berkaitan dengan peningkatan aktivitas kendaraan bermotor pada hari kerja yang bertepatan dengan jam sibuk lalu lintas. Berdasarkan informasi dari Dinas Lingkungan Hidup Kota Medan, kawasan padat kendaraan merupakan salah satu sumber utama emisi CO. Selain itu, cuaca seperti kelembapan tinggi dan kecepatan angin rendah pada hari-hari tersebut juga dapat memperlambat dispersi polutan, menyebabkan akumulasi CO di atmosfer permukaan.

Sebaliknya, penurunan konsentrasi karbon dioksida ( $\text{CO}_2$ ) dari 6.557,46 ke 3.999,03 mengindikasikan kemungkinan proses alami penyerapan karbon, misalnya melalui vegetasi atau pengaruh hujan ringan yang kerap terjadi pada awal Oktober. Penurunan  $\text{CO}_2$  yang tidak seiring dengan penurunan CO juga menunjukkan bahwa sumber emisinya kemungkinan berbeda (misalnya aktivitas industri untuk  $\text{CO}_2$ , dan kendaraan untuk CO). Untuk variabel oksigen ( $\text{O}_2$ ), peningkatan konsentrasi menuju akhir periode peramalan bisa dipengaruhi oleh faktor meteorologis seperti peningkatan kecepatan angin yang membantu mendistribusikan udara bersih atau oleh proses fotosintesis dari vegetasi di sekitar titik pengamatan, khususnya jika intensitas cahaya matahari memadai. Temuan ini memperkuat posisi model sebagai alat bantu prediktif yang dapat digunakan oleh pemangku kebijakan untuk mengantisipasi lonjakan polusi berdasarkan pola waktu dan perkiraan aktivitas masyarakat.

## Pembahasan

Berdasarkan hasil peramalan konsentrasi karbon monoksida (CO) selama periode 1–5 Oktober 2022, terlihat bahwa nilai CO mengalami peningkatan signifikan dari 142,62 menjadi 1.063,16. Lonjakan ini menunjukkan adanya tren akumulasi emisi CO yang cukup tajam dalam



waktu singkat, yang dapat mengindikasikan peningkatan aktivitas kendaraan bermotor atau proses pembakaran yang intensif di kawasan pemantauan.

Sementara itu, konsentrasi karbon dioksida ( $\text{CO}_2$ ) justru menunjukkan penurunan bertahap dari 6.557,46 pada 1 Oktober menjadi 3.999,03 pada 5 Oktober. Pola ini mengisyaratkan kemungkinan adanya proses penyerapan karbon—baik alami melalui vegetasi maupun akibat penurunan aktivitas emisi pada hari-hari tertentu. Namun demikian, nilai awal  $\text{CO}_2$  yang sangat tinggi tetap menandakan tingkat pencemaran yang serius.

Berbeda dengan CO dan  $\text{CO}_2$ , konsentrasi oksigen ( $\text{O}_2$ ) dalam periode yang sama mengalami fluktuasi ringan namun cenderung meningkat, dengan nilai tertinggi sebesar 188,69 pada 5 Oktober dan terendah 121,17 pada 2 Oktober. Peningkatan  $\text{O}_2$  di akhir periode dapat dikaitkan dengan aktivitas fotosintesis di lingkungan terbuka atau pengaruh cuaca seperti angin yang meningkatkan sirkulasi udara bersih.

Untuk memastikan keandalan hasil peramalan, dilakukan pembagian data menjadi dua subset, yaitu data pelatihan (training data) dan data pengujian (testing data). Sebanyak 80% data digunakan untuk pelatihan model VAR, sedangkan 20% sisanya digunakan untuk menguji kemampuan prediksi model.

Sebagai indikator validitas model, dihitung metrik kesalahan peramalan dengan menggunakan MAPE. Nilai-nilai kesalahan peramalan berada dalam kisaran wajar (misalnya,  $\text{MAE} < 10\%$  dari nilai aktual rata-rata), yang menunjukkan bahwa model VAR memiliki kemampuan prediktif yang cukup baik dalam memetakan pola pencemaran udara. Sebagai pembanding (baseline), dilakukan juga peramalan menggunakan model ARIMA univariat terhadap masing-masing variabel. Hasil menunjukkan bahwa model VAR menghasilkan nilai kesalahan yang lebih kecil dibandingkan ARIMA pada CO dan  $\text{O}_2$ , meskipun perbedaan tidak signifikan pada  $\text{CO}_2$ . Hal ini menunjukkan bahwa model multivariat seperti VAR lebih unggul dalam menangkap hubungan dinamis antar variabel yang saling memengaruhi.

Meskipun uji kausalitas Granger tidak menunjukkan hubungan kausal antar variabel, model VAR tetap efektif dalam menangkap pola dinamis dan memprediksi fluktuasi kualitas udara dalam jangka pendek. Hasil ini sejalan dengan penelitian yang dilakukan oleh (Maulana, 2018), yang menunjukkan bahwa model deret waktu seperti VAR mampu memberikan hasil prediksi yang cukup akurat terhadap fenomena lingkungan yang kompleks, seperti curah hujan musiman. Selain itu, penelitian oleh (Hutagalung et al., 2020) juga membuktikan bahwa uji kausalitas Granger dalam sistem VAR dapat membantu mengevaluasi interaksi antar indikator lingkungan dan ekonomi dalam konteks perencanaan kebijakan jangka menengah.

Secara umum, pola peramalan menunjukkan bahwa CO cenderung meningkat tajam,  $\text{CO}_2$  menurun perlahan, dan  $\text{O}_2$  mengalami peningkatan moderat, yang secara kolektif mencerminkan ketidakseimbangan emisi dan proses penyerapan dalam sistem udara perkotaan. Hasil ini memperkuat urgensi perlunya intervensi lebih kuat dalam pengendalian emisi CO, serta evaluasi efektivitas program penanaman pohon dan regulasi emisi yang telah diterapkan.



Beberapa penelitian sebelumnya juga telah membuktikan bahwa model VAR dapat menjadi alat yang efektif dalam meramalkan indikator lingkungan seperti pencemaran udara. Misalnya, (F. Ramli & Hasan, 2021) menunjukkan bahwa model VAR mampu menangkap dinamika multivariat antara curah hujan, suhu permukaan laut, dan produksi perikanan. Penelitian ini menekankan keunggulan VAR dalam kondisi di mana variabel saling mempengaruhi secara simultan, mirip dengan interaksi antara CO, CO<sub>2</sub>, dan O<sub>2</sub> dalam sistem kualitas udara

## SIMPULAN

Berdasarkan hasil penelitian, dapat ditarik kesimpulan bahwa pemodelan penanggulangan pencemaran udara di Kota Medan dapat dilakukan menggunakan pendekatan matematis melalui model Vector Autoregression (VAR). Hasil estimasi menunjukkan bahwa tren konsentrasi karbon monoksida (CO) mengalami peningkatan, sedangkan karbon dioksida (CO<sub>2</sub>) menunjukkan kecenderungan menurun, dan oksigen (O<sub>2</sub>) meningkat secara moderat. Hal ini mengindikasikan adanya ketidakseimbangan emisi dan proses pemulihan kualitas udara di kawasan yang diamati. Meskipun uji kausalitas Granger tidak menunjukkan hubungan kausal antar variabel, model VAR tetap efektif dalam menangkap pola dinamis dan memprediksi fluktuasi kualitas udara dalam jangka pendek. Hasil peramalan yang diperoleh selaras dengan pola aktivitas lalu lintas dan cuaca, sehingga model ini dapat dijadikan sebagai alat bantu yang relevan bagi pengambil kebijakan dalam memantau serta merespons peningkatan pencemaran udara secara lebih terukur dan berbasis data. Pemodelan penanggulangan pencemaran udara di Kota Medan adalah :

$$CO_t = -0,0009 + 1,7CO_{t-1} - 0,08CO_{t-2} + 0,001CO2_{t-11} - 0,0006CO2_{t-2} - 0,028O_{t-1} + 0,01O_{t-2}$$

$$CO2_t = 445,6 - 6,75CO_{t-1} + 8,51CO_{t-2} + 0,87CO2_{t-11} + 0,04CO2_{t-2} + 2,54O_{t-1} - 3,74O_{t-2}$$

$$O_t = 10,63 - 0,17CO_{t-1} + 0,23CO_{t-2} - 0,006CO2_{t-11} + 0,004CO2_{t-2} + 1,22O_{t-1} - 0,28O_{t-2}$$

Berdasarkan model yang dipadatkan, hasil peramalan pencemaran udara di Kota Medan masih terus meningkat. Pencegahan pencemaran udara di Kota Medan dengan penanggulangan menggunakan penanaman pohon di beberapa titik yang berada di 4 kawasan. Walaupun tujuan penanaman pohon yang dilakukan untuk mengurangi pencemaran udara, namun tetap saja dalam peramalan pencemaran udara masih tetap meningkat, sehingga diperlukan penanaman pohon yang lebih banyak lagi, khususnya di 4 kawasan yaitu kawasan industri, kawasan perkantoran, kawasan pemukiman dan kawasan padat kendaraan.

Analisis yang dilakukan diperoleh bahwa konsentrasi karbon monoksida paling tinggi terjadi pada tanggal 5 Oktober 2022 dengan konsentrasi 1063,16 serta paling rendah terjadi pada 1 Oktober 2022 dengan konsentrasi 142,6219. Konsentrasi karbon dioksida paling tinggi terjadi pada tanggal 1 Oktober 2022 dengan konsentrasi 6557,46 serta paling rendah terjadi pada 5 Oktober 2022 dengan konsentrasi 3999,03. Konsentrasi oksigen paling tinggi terjadi pada



tanggal 5 Oktober 2022 dengan konsentrasi 188,69 serta paling rendah terjadi pada 2 Oktober 2022 dengan konsentrasi 121,17.

Untuk menginterpretasikan hasil analisis model matematika pada penanggulangan pencemaran udara dilakukan dengan mengumpulkan data yang akan dianalisis, selanjutnya melakukan uji kestasioneran data, uji Lag optimal serta uji Kausalitas Granger. Setelah uji terpenuhi dilanjutkan dengan uji model VAR yang selanjutnya akan dijadikan model untuk melakukan peramalan kasus pencemaran udara untuk selanjutnya ditindaklanjuti untuk penanggulangan yang tepat.

Hasil penelitian ini mencerminkan bahwa pendekatan matematis, khususnya model VAR, tidak hanya mampu menangkap dinamika kompleks antar variabel pencemar udara, tetapi juga memberikan prediksi yang cukup akurat dalam jangka pendek. Efektivitas model ini terletak pada kemampuannya mengintegrasikan perubahan temporal dari beberapa jenis polutan secara simultan, sehingga menghasilkan gambaran yang lebih menyeluruh tentang kondisi kualitas udara. Dengan demikian, model matematika semacam ini dapat menjadi alat yang relevan dan aplikatif dalam perencanaan kebijakan berbasis data, pemantauan lingkungan secara real-time, serta evaluasi efektivitas program mitigasi pencemaran udara. Refleksi ini menunjukkan bahwa pendekatan ilmiah kuantitatif memiliki potensi besar dalam mendukung pengambilan keputusan yang lebih tepat sasaran dan berkelanjutan.

## DAFTAR PUSTAKA

- Abidin, J., & Hasibuan, F. A. (2019). Pengaruh Dampak Pencemaran Udara Terhadap Kesehatan Untuk Menambah Pemahaman Masyarakat Awam Tentang Bahaya Dari Polusi Udara. *Prosiding SNFUR-4, Pekanbaru*.
- Berita Resmi Statistik, (2022).
- Haris, A. et al. (2022). Teknologi Irigasi Cerdas pada Sistem Irigasi Drip dengan Algoritma Ant Colony Optimization. *Jurnal Teknologi Informasi Dan Ilmu Komputer*, 9(6), 1289–1296. <https://doi.org/10.25126/jtiik.2022955871>
- Hutagalung, D. S. et al. (2020). Analisa Hubungan antara Konsumsi Rumah Tangga dan Tingkat Inflasi Indonesia (Uji Kausalitas Granger). *Jesya (Jurnal Ekonomi Dan Ekonomi Syariah)*, 3(1), 2350240.
- Marlina, S. (2022). *Dampak Perubahan Iklim pada Kesehatan Masyarakat*. NEM.
- Maulana, H. A. (2018). Pemodelan deret waktu dan peramalan curah hujan pada dua belas stasiun di Bogor. *Jurnal Matematika, Statistika Dan Komputasi*, 15(1), 50–63.
- Ndii, M. Z. (2018). *Pemodelan Matematika Dinamika Populasi dan Penyebaran Penyakit Teori, Aplikasi dan Numerik*. Deepublish.
- Prabowo, K., & Muslim, B. (2019). *Penyehatan Udara*.
- Ramli, F., & Hasan, S. (2021). Evaluasi pemilihan lokasi bisnis waralaba berbasis analisis spasial di kota besar Indonesia. *Jurnal Ilmu Ekonomi Dan Bisnis Islam*, 16(1), 12–23.
- Ramli, R. L. et al. (2019). Analisis Hubungan Produksi Perikanan Tangkap Laut, Curah Hujan, dan Suhu Permukaan Laut dengan Model Vector Autoregressive (VAR). *E-Jurnal*



- Matematika*, 8(2), 155–163.
- Romadhon, & Mokhtar, A. (2021). Model Penanggulangan Pencemaran Udara pada Mesin Asphalt Mixing Plant. *Seminar Keinsinyuran, Eissn*, 1–80.
- Rosyidah, H. et al. (2017). Pemodelan Vector Autoregressive x (VARX) Untuk Meramalkan Jumlah Uang Beredar di Indonesia. *Jurnal Gaussian*, 6(3), 334–342.
- Siburian, S. (2020). *Pencemaran Udara dan Emisi Gas Rumah Kaca*. Penerbit Kreasi Cendekia Pustaka (KCP).
- Simarmata, M. M. et al. (2022). *Pengantar Pencemaran Udara*. Yayasan Kita Menulis.
- Simatupang, J. W. et al. (2022). Sistem Monitoring Online Jaringan Sensor Nirkabel : Survei Kualitas Air dan Udara di Daerah Kerawang. *Serambi Engineering*, 7(2), 3191–3204.
- Sofyan, A. (2022). Pemanfaatan Pemodelan Sistem Dinamik untuk Penyusunan Strategi Pengendalian Pencemaran Udara. *Elearning.Ecoedu.Id*.
- Tumpu, M. et al. (2019). *Pengelolaan Kualitas Lingkungan*. Yayasan Kita Menulis.