

IMPLEMENTASI INTEGER LINEAR PROGRAMMING DENGAN METODE BRANCH AND BOUND DALAM MENENTUKAN OPTIMASI JUMLAH PRODUKSI (STUDI KASUS: PABRIK ROTI WATI BAKERY)

**Amelia Tantri Amanda Siregar^{1*)}, Zahedi²⁾, Sawaluddin³⁾,
Suryati Sitepu⁴⁾**

^{1,2,3,4)}Program Studi Matematika, FMIPA, Universitas Sumatera Utara

**email: ameliatantrisrg@gmail.com*

Abstrak: Penentuan optimasi jumlah produksi, pabrik harus menggunakan perhitungan yang tepat secara matematis. Sehingga tidak mengabaikan variabel-variabel yang menjadi langkah untuk mencapai titik maksimum penjualan. Pabrik Roti Wati Bakery adalah pabrik yang bergerak dibidang industri produksi makanan. Pabrik ini memproduksi berbagai macam varian roti donat, seperti roti donat original, kacang, kopi, cokelat dan kacang cokelat. Pabrik mengalami kesulitan menentukan jumlah produksi optimal dengan keterbatasan sumber daya bahan bakunya. Penelitian ini bertujuan menentukan jumlah produksi dengan pengoptimalan komposisi produksinya, sehingga diperoleh hasil keuntungan maksimal. Dengan menggunakan integer linear programming metode branch and bound, yaitu metode yang menghasilkan solusi optimal berupa bilangan bulat, berdasarkan rincian dan perhitungan yang dilakukan, diperoleh jumlah optimal setiap varian roti donat sebanyak 4.329 kemasan, meliputi roti donat original 1.500 kemasan, roti donat kacang 552 kemasan, roti donat kopi 833 kemasan, roti donat cokelat 956 kemasan dan roti donat kacang cokelat 488 kemasan, dengan keuntungan Rp. 7.680.100. Keuntungan meningkat sebesar Rp. 279.100 dari keuntungan data riil pabrik.

Kata Kunci: Algoritma branch and bound, Integer linear programming, Optimasi, Produksi.

Abstract: Determining the optimal amount of production, the factory must use mathematically correct calculations. So don't ignore the variables that are the steps to reach the maximum point of sales. Wati Bakery is a factory engaged in the food production industry. This factory produces various variants of donut bread, such as original donut bread, peanuts, coffee, chocolate and chocolate nuts. Factories have difficulty determining the optimal amount of production with

limited raw material resources. This study aims to determine the amount of production by optimizing the production composition, so that maximum profit results are obtained. By using the integer linear programming branch and bound method, which is a method that produces optimal solutions in the form of integers, based on the details and calculations performed, the optimal number of each variant of donuts is 4.329 packs, including 1.500 packs of original donuts, 552 packs of peanut donuts, 833 packs of coffee donuts, 956 packs of chocolate donuts and 488 packs of chocolate bean donuts. with a profit of Rp. 7.680.100. Profits increased by Rp. 279.100 of the factory real data profit.

Keywords: Branch and bound algorithm, Integer linear programming, Optimization, Production.

PENDAHULUAN

Persaingan industri bisnis saat ini sangat ketat. Dilansir dari data kementerian perindustrian, jumlah bisnis seperti pabrik makanan dan minuman terus mengalami peningkatan. 3,49% pada tahun 2021 dan 3,57% pada tahun 2022. Hal ini mendorong pelaku bisnis harus mengantisipasi permintaan pasar dengan melakukan inovasi dan terobosan baru, agar dapat bertahan dalam persaingan antar bisnis. Fenomena yang terjadi dimasyarakat para pelaku bisnis memproduksi sesuatu tanpa mengalkulasi. Basisnya hanya berdasarkan pengalaman dan perkiraan, tanpa menggunakan perhitungan-perhitungan yang tepat secara matematis. Bermodal dengan intuisi, pelaku bisnis mengabaikan variabel-variabel yang menjadi langkah untuk mencapai titik maksimum penjualan.

Pabrik Roti Wati Bakery, merupakan salah satu pabrik yang bergerak dibidang industri produksi makanan. Pabrik ini memproduksi lebih dari satu jenis roti dan berbagai macam varian roti donat, seperti roti donat original, roti donat kacang, roti donat kopi, roti donat cokelat dan roti donat kacang cokelat. Dalam produksinya pabrik mengalami kesulitan menentukan jumlah produksi yang optimal dengan adanya keterbatasan sumber daya bahan baku yang digunakan. Untuk dapat memenuhi tujuannya, maka perlu direncanakan sedemikian rupa agar jumlah produksi dengan pengoptimalan komposisi produksinya dapat tercapai, diikuti dengan keuntungan optimal yang diperoleh. Hal tersebut dapat diselesaikan dengan optimasi (Apriliyanti, 2019).

Optimasi merupakan proses dalam mencari nilai terbaik, baik itu memaksimalkan atau meminimumkan biaya dari suatu konteks yang diberikan secara matematis. Optimasi produksi diperlukan untuk dapat mengoptimalkan sumber daya yang digunakan sehingga menghasilkan produk dalam jumlah yang diharapkan agar bisnis dapat mencapai tujuannya. Dalam menghadapi masalah optimasi maka perlu untuk melakukan pengoptimalan dengan menggunakan program linier.

Program linier merupakan metode matematik dalam mengalokasikan sumber daya yang langka untuk mencapai tujuan tunggal itu seperti memaksimalkan keuntungan dan meminimumkan biaya (Mulyono, 2017). Dalam program linier, untuk

menyelesaikan masalah optimasi salah satunya menggunakan metode simpleks. Metode ini digunakan untuk masalah program linier dengan mempunyai lebih dari dua variabel, dengan cara menyelesaikan masalah dengan perhitungan berulang (iterasi), dimana langkah perhitungan yang sama diulang beberapa kali sampai solusi optimal diperoleh.

Penyelesaian dari program linier yang mensyaratkan semua variabelnya bulat dilakukan dengan model program bilangan bulat (Siang, 2014). *Integer Linear Programming* merupakan model yang digunakan jika optimasi produksi yang akan dilakukan membutuhkan solusi berupa bilangan bulat (*integer*), seperti variabel yang merepresentasikan jumlah orang atau benda (Wijaya 2012; Susanti 2021). *Output* dari setiap produksi roti donat harus berupa bilangan bulat. Salah satu metode dalam *Integer Linear Programming* yang cukup baik untuk memberikan solusi optimal yaitu Metode *Branch and Bound* (cabang dan batas). Metode ini dipergunakan untuk membentuk solusi optimal program linier yang memuat variabel keputusan *integer*, dengan membatasi solusi optimal yang menghasilkan bilangan pecahan. Membuat cabang atas dan cabang bawah untuk setiap variabel keputusan yang memiliki bilangan pecahan, sehingga memiliki bilangan integer dan setiap pembatasan membuat cabang baru (Taha, 2017).

Berdasarkan masalah yang telah diuraikan diatas, maka penulis tertarik melakukan penelitian dengan judul "Implementasi *Integer Linear Programming* Dengan Metode *Branch and Bound* Dalam Menentukan Optimasi Jumlah Produksi (Studi Kasus: Pabrik Roti Wati Bakery)".

METODE PENELITIAN

Jenis penelitian ini adalah kuantitatif dan dilakukan pada Pabrik Roti Wati Bakery yang beralamat di Jl. Kol Yos Sudarso, Kecamatan Binjai Utara, Kota Binjai, Provinsi Sumatera Utara. Peneliti melakukan studi kasus untuk pengumpulan data sekunder dengan cara survey lokasi untuk melihat alokasi sumber daya apa saja yang menjadi kendala untuk menetapkan jumlah produksinya yang optimal. Kemudian membuat daftar data-data yang dibutuhkan, yang diisi oleh Pabrik Roti Wati Bakery. Data-data tersebut adalah sebagai berikut:

1. Jenis varian roti donat yang diproduksi oleh Pabrik Roti Wati Bakery.
2. Bahan baku utama yang digunakan dalam memproduksi setiap varian roti donat sehari.
3. Persediaan bahan baku yang ada dan dipergunakan dalam memproduksi setiap varian roti donat dalam sehari.
4. Biaya produksi, harga jual serta keuntungan yang didapat daripada penjualan setiap varian roti donat.
5. Jumlah produksi varian roti donat dalam sehari.

Data yang telah diperoleh dari Pabrik Roti Wati Bakery akan dianalisis serta dihitung. Langkah-langkah untuk menganalisisnya dan memperoleh hasil dari penelitian ini adalah seperti berikut:

1. Membentuk model program linier daripada data-data yang sudah diperoleh.

2. Mengubah model kedalam bentuk standar dan diselesaikan menggunakan metode simpleks.
3. Lanjutkan pengoptimalan dengan gunakan metode *branch and bound* untuk memperoleh nilai daripada variabel dalam bentuk bilangan bulat.
4. Diperoleh hasil yang optimal menggunakan metode *branch and bound* serta proses selesai.
5. Memperbandingkan jumlah hasil produksi serta keuntungan berdasar data riil milik pabrik dengan yang didapat melewati metode *branch and bound*.
6. Menarik kesimpulan dan saran.

Langkah-langkah yang digunakan untuk menghitung nilai optimum program linier (*linear programming*) dengan metode simpleks (Bu'ulolo, 2016; Haming et al 2019):

1. Mengubah fungsi tujuan dengan batasan, kedalam model matematika.
2. Fungsi tujuan dan fungsi kendala/batasan dirumuskan kedalam bentuk standar/implisit metode simpleks.
3. Membuat tabel awal simpleks dan memasukkan nilai masing-masing variabel ke tabel simpleks.
4. Memilih kolom kunci (variabel keputusan). Dengan memilih kolom dengan nilai pada baris Z (fungsi tujuan) berdasarkan nilai terkecil.
5. Memilih baris kunci. Pilih baris dengan indeks positif sama dengan angka terkecil, dengan perhitungan indeks solusi:

$$\text{Indeks} = \frac{\text{Nilai kanan}}{\text{Nilai pada kolom kunci}}$$

6. Memilih elemen sel yang merupakan perpotongan dari kolom kunci dan baris kunci.
7. Mengubah nilai baris kunci. Nilai baris kunci diubah dengan cara membagi dengan elemen sel.

$$\text{Nilai baris kunci baru} = \frac{\text{Nilai baris kunci lama}}{\text{Elemen sel}}$$

8. Mengubah nilai-nilai selain pada baris kunci (nilai-nilai kolom kunci = 0). Untuk mengubahnya menggunakan rumus sebagai berikut:

$$\text{Nilai baris baru} = \text{Nilai baris lama} - (\text{Koefisien kolom kunci} \times \text{Nilai baris kunci baru})$$

9. Lanjutkan ulangi langkah 4 – 8, hingga semua nilai pada fungsi tujuan bernilai positif. Iterasi berhenti apabila tabel sudah optimal, yaitu semua nilai dibaris fungsi tujuan bernilai positif atau nol.

Dalam menyelesaikan masalah dengan menggunakan metode *branch and bound* digunakan langkah-langkah sebagai berikut (Purba et al, 2020; Jannah et al 2018):

1. Selesaikan masalah program linier biasa tak terbatas bilangan bulat menggunakan metode simpleks biasa.
2. Memeriksa dari solusi optimal, bila seluruh variabel basis sudah mempunyai nilai bulat, maka solusi optimal sudah tercapai serta proses dihentikan. Bila satu atau lebih variabel basis tak bernilai bulat, lanjutkan ke langkah 3.

3. Pilih variabel dengan nilai pecahan terbesar dari setiap variabel yang ingin digunakan sebagai cabang dari submasalah. Buat dua batasan baru pada variabel tersebut, menggunakan batasan \geq dan batasan \leq .
4. Menetapkan solusi penyelesaian langkah 1 menjadi batas atas serta pada batas bawah ialah solusi yang variabel keputusan itu telah dibulatkan ke bawah.
5. Menuntaskan model program linier menggunakan menambahkan batasan baru disetiap submasalah.
6. Bila solusi berasal dari salah satu submasalah tersebut memiliki nilai *integer* serta solusi lainnya tak mempunyai solusi (tidak fisibel), maka percabangan tak berlanjut atau dihentikan.
7. Pilih solusi terbaik. Ketika terdapat banyak submasalah yang mempunyai solusi bilangan bulat, solusi dengan nilai Z paling besar dipilih bila fungsi tujuan merupakan maksimumkan serta solusi dengan nilai Z paling kecil digunakan sebagai solusi optimal jika fungsi tujuan meminimukan.

Percabangan atau pencarian solusi untuk suatu submasalah dihentikan jika terjadi beberapa kondisi sebagai berikut:

1. *Infeasible* atau tak mempunyai daerah layak.
2. Seluruh variabel keputusan yang wajib mempunyai nilai bulat atau *integer* telah dalam bentuk bulat.
3. Dalam persoalan maksimasi, percabangan berhenti ketika batas atas daripada sub masalah tersebut tak melebihi atau sama dengan batas bawah.
4. Dalam persoalan minimasi, percabangan berhenti ketika batas bawah tak kurang dari atau sama dengan batas atas.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil Penelitian

Hasil pengumpulan data yang dilakukan diperoleh daripada Pabrik Roti Wati Bakery meliputi data varian roti donat yang diproduksi, data bahan baku yang dipergunakan dalam setiap varian roti donat, data persediaan bahan baku yang ada digunakan untuk memproduksi setiap varian roti donat, data biaya produksi, harga jual serta keuntungan dari penjualan setiap varian roti donat dan data jumlah produksi varian roti donat dalam sehari.

Sebelum memformulasikan data ke dalam model matematika maka peneliti harus melampirkan data hasil penelitian sebagai berikut pada tabel 1. Adapun data jenis varian roti donat yang akan diteliti sebagai berikut:

Tabel 1. Jenis roti donat

No	Varian Roti Donat
1	Roti Donat Original
2	Roti Donat Kacang

3	Roti Donat Kopi
4	Roti Donat Cokelat
5	Roti Donat Kacang Cokelat

Sumber: Pabrik Roti Wati Bakery 2023

Bahan baku yang dipergunakan untuk pembuatan satu kemasan varian roti donat yang akan diteliti dalam tulisan ini dapat dilihat pada Tabel 2.

Tabel 2. Bahan baku pembuatan roti donat (gram)

No	Bahan Baku	Varian Roti Donat				
		Original	Kacang	Kopi	Cokelat	Kacang Cokelat
1	Tepung Terigu	21,66	21,66	21,66	21,66	21,66
2	Mentega	2,88	2,88	2,88	2,88	2,88
3	Baking Soda	0,32	0,32	0,32	0,32	0,32
4	Gula	11,55	11,55	11,55	11,55	11,55
5	Minyak	6,73	6,73	6,73	6,73	6,73
6	Gula Bubuk	8	0	0	0	0
7	Kacang Bubuk	0	12	0	0	11
8	Kopi Bubuk	0	0	12	0	0
9	Cokelat Bubuk	0	0	0	10	5

Sumber: Pabrik Roti Wati Bakery 2023

Persediaan bahan baku yang dipergunakan dalam pembuatan setiap varian roti donat dalam sehari dapat dilihat pada Tabel 3.

Tabel 3. Persediaan bahan baku pembuatan roti donat (gram)

No	Bahan Baku	Persediaan
1	Tepung Terigu	150.000
2	Mentega	12.500
3	Baking Soda	1.500
4	Gula	50.000
5	Minyak	30.000
6	Gula Bubuk	12.000
7	Kacang bubuk	12.000

8	Kopi Bubuk	10.000
9	Cokelat Bubuk	12.000

Sumber: Pabrik Roti Wati Bakery 2023

Biaya produksi, harga jual serta keuntungan penjualan dalam satu kemasan varian roti donat ditunjukkan pada Tabel 4.

Tabel 4. Biaya produksi, harga jual dan keuntungan roti donat (per kemasan)

No	Varian Roti Donat	Biaya Produksi (Rp)	Harga Jual (Rp)	Keuntungan (Rp)
1	Original	1.000	3.000	2.000
2	Kacang	1.300	3.000	1.700
3	Kopi	1.300	3.000	1.700
4	Cokelat	1.400	3.000	1.600
5	Kacang Cokelat	1.500	3.500	2.000

Sumber: Pabrik Roti Wati Bakery 2023

Jumlah produksi varian roti donat dalam sehari dapat dilihat pada Tabel 5.

Tabel 5. Jumlah produksi roti donat harian

No	Varian Roti Donat	Jumlah Produksi (Kemasan)	Keuntungan (Rp)
1	Original	1400	2.800.000
2	Kacang	420	714.000
3	Kopi	830	1.411.000
4	Cokelat	885	1.416.000
5	Kacang Cokelat	620	1.240.000
Total			7.581.000

Sumber: Pabrik Roti Wati Bakery 2023

Penggunaan formulasi model matematika untuk mendapatkan hasil optimal dalam penelitian ini dengan *integer linear programming* dimana dipergunakan metode *branch and bound*. Model yang dipergunakan ialah model program linier bilangan bulat positif, dengan terdapat fungsi tujuan, fungsi kendala serta batasan didalamnya.

Fungsi Tujuan (1)

$$Z = 2000x_1 + 1700x_2 + 1700x_3 + 1600x_4 + 2000x_5$$

[48]

$$\begin{aligned}
&\text{Fungsi Kendala} && (2) \\
&21,66x_1 + 21,66x_2 + 21,66x_3 + 21,66x_4 + 21,66x_5 &\leq 150.000 \\
&2,88x_1 + 2,88x_2 + 2,88x_3 + 2,88x_4 + 2,88x_5 &\leq 12.500 \\
&0,32x_1 + 0,32x_2 + 0,32x_3 + 0,32x_4 + 0,32x_5 &\leq 1.500 \\
&11,55x_1 + 11,55x_2 + 11,55x_3 + 11,55x_4 + 11,55x_5 &\leq 50.000 \\
&6,73x_1 + 6,73x_2 + 6,73x_3 + 6,73x_4 + 6,73x_5 &\leq 30.000 \\
&8x_1 &\leq 12.000 \\
&12x_2 + 11x_5 &\leq 12.000 \\
&12x_3 &\leq 10.000 \\
&10x_4 + 5x_5 &\leq 12.000
\end{aligned}$$

Untuk mencapai suatu penyelesaian optimal dari *linear programming* maka digunakan metode simplek, yaitu mengubahnya menjadi model matematika. Fungsi tujuan dan fungsi kendala dirumuskan dalam bentuk standar/implisit sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
&\text{Fungsi tujuannya adalah untuk memaksimalkan keuntungan:} && (3) \\
&Z - 2000x_1 - 1700x_2 - 1700x_3 - 1600x_4 - 2000x_5 = 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\text{Dengan keterbatasan/kendala:} && (4) \\
&21,66x_1 + 21,66x_2 + 21,66x_3 + 21,66x_4 + 21,66x_5 + S_1 = 150.000 \\
&2,88x_1 + 2,88x_2 + 2,88x_3 + 2,88x_4 + 2,88x_5 + S_2 = 12.500 \\
&0,32x_1 + 0,32x_2 + 0,32x_3 + 0,32x_4 + 0,32x_5 + S_3 = 1.500 \\
&11,55x_1 + 11,55x_2 + 11,55x_3 + 11,55x_4 + 11,55x_5 + S_4 = 50.000 \\
&6,73x_1 + 6,73x_2 + 6,73x_3 + 6,73x_4 + 6,73x_5 + S_5 = 30.000 \\
&8x_1 + S_6 = 12.000 \\
&12x_2 + 11x_5 + S_7 = 12.000 \\
&12x_3 + S_8 = 10.000 \\
&10x_4 + 5x_5 + S_9 = 12.000
\end{aligned}$$

Selanjutnya perhitungan iteratif dengan metode simpleks dibuat kedalam bentuk tabel, kemudian seluruh nilai disusun ke dalam tabel simpleks. Tabel awal metode simpleks dibuat sebagai berikut:

Tabel 6. Tabel awal metode simpleks

	Z	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9	NK
Z	1	-2.000	-1.700	-1.700	-1.600	-2.000	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
S_1	0	21,66	21,66	21,66	21,66	21,66	1	0	0	0	0	0	0	0	0	150.000
S_2	0	2,88	2,88	2,88	2,88	2,88	0	1	0	0	0	0	0	0	0	12.500
S_3	0	0,32	0,32	0,32	0,32	0,32	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1.500
S_4	0	11,55	11,55	11,55	11,55	11,55	0	0	0	1	0	0	0	0	0	50.000
S_5	0	6,73	6,73	6,73	6,73	6,73	0	0	0	0	1	0	0	0	0	30.000

S_6	0	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	12.000
S_7	0	0	12	0	0	11	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	12.000
S_8	0	0	0	12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	10.000
S_9	0	0	0	0	10	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	12.000

Hasil perhitungan optimal dengan menggunakan metode simpleks adalah sebagai berikut:

Tabel 7. Tabel optimal metode simpleks

	Z	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9	NK
Z	1	0	0	0	0	0	0	0	0	74,29	0	143	74	70,62	74	7.860.944
S_1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	-1,87	0	0	0	0	0	56,237
S_2	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0,25	0	0	0	0	0	37,42
S_3	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0,03	0	0	0	0	0	117,73
x_2	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0,19	0	-0,27	-0,09	-0,18	-0,22	550,48
S_5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-0,58	1	0	0	0	0	871
x_1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,125	0	0	0	1.500
x_5	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0,19	0	0	490,39
x_3	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,08	0	833,33
x_4	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0,1	0	-0,15	-0,09	-0,1	-0,02	954,81

Berdasarkan Tabel 7 iterasi berhenti pada iterasi 5, karena semua fungsi tujuan telah bernilai positif atau nol, maka Tabel 7 merupakan penyelesaian optimal menggunakan metode simpleks. Adapun variabel keputusan yang diperoleh untuk setiap varian roti donat adalah seperti berikut:

$$Z = 7.860.944$$

$$x_1 = 1.500$$

$$x_2 = 550,48$$

$$x_3 = 833,33$$

$$x_4 = 954,81$$

$$x_5 = 490,39$$

Berdasarkan perhitungan yang dilakukan dengan bantuan software QM dapat dilihat pada Gambar 1 sebagai berikut:

Linear Programming Results								
(untitled) Solution								
	X1	X2	X3	X4	X5		RHS	Dual
Maximize	2000	1700	1700	1600	2000			
Tepung Terigu	21.66	21.66	21.66	21.66	21.66	<=	150000	0
Mentega	2.88	2.88	2.88	2.88	2.88	<=	12500	0
Baking Soda	.32	.32	.32	.32	.32	<=	1500	0
Gula	11.55	11.55	11.55	11.55	11.55	<=	50000	74.46
Minyak	6.73	6.73	6.73	6.73	6.73	<=	30000	0
Perasa Gula Bubuk	8	0	0	0	0	<=	12000	142.5
Perasa Kacang Bubuk	0	12	0	0	11	<=	12000	70
Perasa Kopi Bubuk	0	0	12	0	0	<=	10000	70
Perasa Cokelat Bubuk	0	0	0	10	5	<=	12000	74
Solution	1500	550.48	833.33	954.81	490.39		7860944.0	

Gambar 1. Output QM dengan metode simpleks

Solusi optimal yang diperoleh dengan metode simpleks tersebut bukan merupakan solusi optimal yang sebenarnya. Karena dalam produksi roti donat *output* yang didapat haruslah dalam bentuk bilangan bulat (*integer*). Sehingga dilanjutkan mencari penyelesaian optimal dengan *metode branch and bound*, agar tidak ada bahan baku yang tersisa banyak dan solusi tidak melanggar batas kendala.

Hasil yang didapat untuk setiap varian roti donat sebelumnya adalah bernilai $x_1 = 1.500$, $x_2 = 550,48$, $x_3 = 833,33$, $x_4 = 954,81$ dan $x_5 = 490,39$, dan hasil keuntungan yang didapat sebesar Rp. 7.860.944.

Iterasi 1

Apabila nilai solusi yang diperoleh lebih besar dari batas atas (BA), maka solusi tersebut bukan solusi layak, karena kendala yang ada akan melebihi persediaan yang ada. Dan jika nilai solusi optimalnya kurang daripada batas bawah (BB), maka solusi tersebut termasuk solusi non optimal.

Solusi *integer* menggunakan metode *branch and bound* dihasilkan dengan mencabangkan masalah yang ada menjadi submasalah-submasalah dengan menambahkan pembatas buat variabel yang mempunyai nilai pecahan paling besar, lalu setiap pencabangan masalah dikerjakan dengan metode simpleks guna mencari nilai optimum. Variabel dipilih dalam melakukan pencabangan ialah $x_4 = 954,81$ hingga didapat pembatas baru yakni sub masalah 1 dengan tambahan kendala $x_4 \geq 955$ serta sub masalah 2 dengan tambahan kendala $x_4 \leq 954$.

Solusi dipenyelesaian awal dibuat menjadi batas atas, yaitu dengan nilai keuntungan $Z = 7.860.944$, sedangkan untuk batas bawah ialah solusi yang variabel keputusannya sudah dibulatkan kebawah seperti berikut: $x_1 = 1.500$, $x_2 = 550$, $x_3 = 833$, $x_4 = 954$ dan $x_5 = 490$ dan diperoleh nilai keuntungan $Z = 7.857.500$.

Sub Masalah 1

Memaksimalkan keuntungan : Persamaan 1

Kendala : Persamaan 2

$$x_4 \geq 955$$

Sub Masalah 2

Memaksimalkan keuntungan : Persamaan 1

Kendala : Persamaan 2

$$x_4 \leq 954$$

Untuk setiap sub masalah tersebut diselesaikan dengan metode simpleks untuk mencari nilai optimumnya. Dan diperoleh solusi dari setiap sub masalah seperti berikut:

Solusi dari sub masalah 1 : $Z = 7.860.807$

$$x_1 = 1.500, x_2 = 550,83, x_3 = 833,17, x_4 = 955 \quad x_5 = 490$$

Solusi dari sub masalah 2 : $Z = 7.860.367$

$$x_1 = 1.500, x_2 = 549, x_3 = 833,33, x_4 = 954 \quad x_5 = 492$$

Selanjutnya setiap cabang yang mempunyai solusi layak terus dipercabangkan hingga iterasi optimal. Dalam hal ini iterasi berhenti pada iterasi 7 karena telah diperoleh hasil optimal pada iterasi tersebut.

Iterasi 7 (Optimal)

Batas atas dengan nilai keuntungan $Z = 7.860.107$ sedangkan untuk batas bawah ialah solusi yang variabel keputusan sudah dibulatkan kebawah seperti berikut: $x_1 = 1.500, x_2 = 552, x_3 = 833, x_4 = 956$ dan $x_5 = 488$ dan diperoleh nilai keuntungan sebesar $Z = 7.860.100$.

Sub Masalah 13

Memaksimalkan keuntungan : Persamaan 1

Kendala : Persamaan 2

$$x_4 \geq 955$$

$$x_3 \leq 833$$

$$x_4 \geq 956$$

$$x_3 \geq 833$$

Sub Masalah 14

Memaksimalkan keuntungan : Persamaan 1

Kendala : Persamaan 2

$$x_4 \geq 955$$

$$x_3 \leq 833$$

$$x_4 \geq 956$$

$$x_3 \geq 833$$

$$x_2 \leq 552$$

Berdasarkan penyelesaian metode simpleks, didapat solusi dari setiap sub masalah seperti berikut:

Solusi dari sub masalah 13 : $Z = 7.859.809$

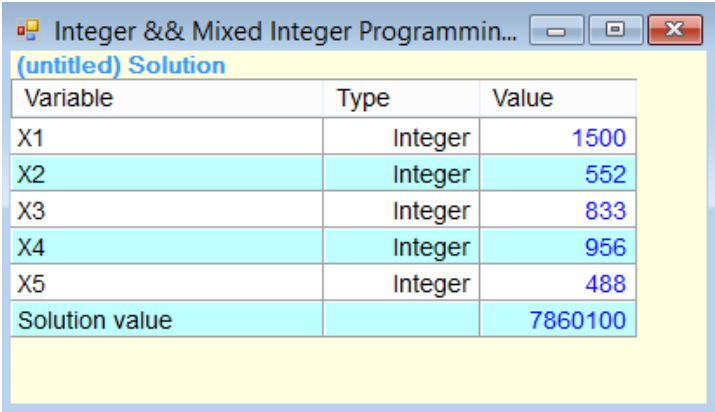
$$x_1 = 1.500, x_2 = 553, x_3 = 833, x_4 = 956, x_5 = 487$$

Solusi dari sub masalah 14 : $Z = 7.860.100$ (solusi optimal terbaik)

$$x_1 = 1.500, x_2 = 552, x_3 = 833, x_4 = 956, x_5 = 488$$

Solusi dari sub masalah 14 adalah solusi optimal yang terbaik, serta seluruh nilai pada setiap variabel keputusan telah dalam bentuk bilangan bulat, maka iterasi tidak dilanjutkan (berhenti). Fungsi tujuan di sub masalah 14 adalah penyelesaian solusi yang sudah paling maksimal dari seluruh hasil iterasi-iterasi yang dilakukan dengan metode *branch and bound*, sinkron dengan tujuannya yaitu untuk memaksimalkan keuntungan.

Sub masalah 10 dan sub masalah 11 masih bisa dicabangkan serta iterasi diteruskan hingga selesai. Berdasarkan perhitungan yang dilakukan dengan *software QM*, diperoleh hasil penyelesaian akhir solusi optimal yang terlihat pada Gambar 2.



The screenshot shows a window titled "Integer & Mixed Integer Programmin...". Inside, there is a table titled "(untitled) Solution". The table has three columns: "Variable", "Type", and "Value". The rows are as follows:

Variable	Type	Value
X1	Integer	1500
X2	Integer	552
X3	Integer	833
X4	Integer	956
X5	Integer	488
Solution value		7860100

Gambar 2. Output QM dengan metode branch and bound

Berdasarkan penyelesaian akhir yang diperoleh menggunakan metode *branch and bound*, produksi untuk setiap varian roti donat harian adalah sebanyak 1.500 kemasan roti donat original, 552 kemasan roti donat kacang, 833 kemasan roti donat kopi, 956 kemasan roti donat coklat dan 488 kemasan roti donat kacang coklat, serta keuntungan produksi yang diperoleh yaitu sebesar Rp. 7.860.100.

Perbandingan data riil pabrik dan data dengan metode *branch and bound*, perhitungan keuntungan dan jumlah produksinya ditunjukkan pada Tabel 8.

Tabel 8. Perbandingan data riil pabrik dan metode *branch and bound*

No	Varian Roti Donat	Data Riil Pabrik		Metode <i>Branch and Bound</i>	
		Jumlah Produksi (Kemasan)	Keuntungan (Rp)	Jumlah Produksi (Kemasan)	Keuntungan (Rp)
1	Original	1.400	2.800.000	1.500	3.000.000
2	Kacang	420	714.000	552	938.400
3	Kopi	830	1.411.000	833	1.416.100
4	Cokelat	885	1.416.000	956	1.529.600
5	Kacang Cokelat	620	1.240.000	488	976.000
	Jumlah	4.155	7.581.000	4.329	7.860.100

Berdasarkan Tabel 8 perbandingan data riil pabrik dan metode *branch and bound*, dapat dilihat bahwa data awal produksi pabrik dalam harian berjumlah sebanyak 4.155 kemasan yang mencakup didalamnya varian roti donat original, kacang, kopi, cokelat dan juga kacang cokelat, dengan keuntungan yang didapat dari hasil produksinya yakni sebesar Rp. 7.581.000 dalam harian.

Data yang sudah diolah dengan metode *branch and bound*, dapat dilihat bahwa produksinya berjumlah sebanyak 4.329 kemasan dalam produksi harian. Berdasarkan data-data tersebut terdapat beberapa roti donat yang mengalami kenaikan serta mengalami penurunan dari produksi yang awal, hal tersebut mencakup didalamnya setiap varian roti donat seperti berikut:

1. Roti donat original mengalami kenaikan jumlah produksi sebanyak 100 kemasan.
2. Roti donat kacang mengalami kenaikan jumlah produksi sebanyak 132 kemasan.
3. Roti donat kopi mengalami kenaikan jumlah produksi sebanyak 3 kemasan.
4. Roti donat cokelat mengalami kenaikan jumlah produksi sebanyak 71 kemasan.
5. Roti donat kacang cokelat mengalami penurunan jumlah produksi sebanyak 132 kemasan.

dengan keuntungan yang didapat dari hasil produksinya sebesar Rp. 7.860.100 dalam harian.

Berdasarkan analisis yang telah dilakukan tersebut, maka keuntungan hasil penjualan produksi setiap varian roti donat oleh pihak Pabrik Roti Wati Bakery mengalami kenaikan sebesar Rp. 279.100 dari keuntungan data riil pabrik.

SIMPULAN

Berdasarkan rincian serta perhitungan yang telah dilakukan pada hasil dan pembahasan, maka dapat ditarik kesimpulan bahwa setelah dilakukan perhitungan

dengan menggunakan metode *Branch and Bound* dan dengan bantuan software QM maka dapat diketahui hasil yang paling optimal. Jumlah produksinya adalah untuk varian roti donat original sebanyak 1.500 kemasan, roti donat kacang sebanyak 552 kemasan, roti donat kopi sebanyak 833 kemasan, roti donat coklat sebanyak 956 kemasan dan roti donat kacang coklat sebanyak 488 kemasan. Dengan keuntungan sebesar Rp. 7.860.100. Dengan analisis yang telah dilakukan, keuntungan meningkat. Dimana keuntungan awal produksi sebesar Rp. 7.581.00, dengan metode *branch and bound* keuntungan sebesar Rp. 7.860.100. Artinya keuntungan naik sebesar Rp. 279.100 dari keuntungan data riil pabrik.

Hasil yang diperoleh dalam penelitian ini dapat dipertimbangkan untuk diterapkan pada faktor-faktor dalam produksi, yaitu seperti penentuan jumlah produksi dengan mengoptimalkan komposisi produksi, sehingga diperoleh hasil keuntungan yang optimal. Dalam melakukan perhitungan disarankan untuk benar-benar teliti karena rawan terjadi kesalahan dengan banyak iterasi.

DAFTAR PUSTAKA

- Apriliyanti, S. (2019). Optimasi Keuntungan Produksi Pada Industri Kayu PT. Indopal Harapan Murni Menggunakan Linear Programming. *Jurnal Penelitian dan Aplikasi Sistem & Teknik Industri (PASTI)*, Vol.XIII, No.1.
- Bu'ulolo, F. (2016). *Operasi Riset Program Linier*. Medan: USU Press.
- Haming, H., Ramlawati., & Imaduddin. (2019). *Operation Reasearch Teknik Pengambilan Keputusan*. Jakarta: Bumi Aksara.
- Jannah, R., Arnellis., & Sriningsih, R. (2018). Optimasi Hasil Produksi Tahu Dan Tempe Dengan Menggunakan Metode Branch and Bound Dan Metode Cutting Plane. *Journal Of Mathematics UNP*, Vol.3, No.1.
- Mulyono, S. (2017). *Riset Operasi*. Edisi kedua. Jakarta: Mitra Wacana Media.
- Purba, S. D., Ahyaningsih, F. (2020). Integer Programming Dengan Metode Branch and Bound Dalam Optimasi Jumlah Produksi Setiap Jenis Roti Pada PT. Arima Anugerah Abadi. *Jurnal Karismatika*, Vol. 6, No.3.
- Safitri, E., Basriati, S., & Hasyratul, N. (2020). Penerapan Metode Branch and Bound dalam Optimalisasi Produk Mebel (Studi Kasus: Toko Mebel di Jalan Marsan Panam). *Jurnal Publikasi Ilmiah Matematika*, Vol. 5, No. 1.
- Siang, J. J. (2014). *Riset Operasi Dalam Pendekatan Algoritmis*. Edisi kedua. Yogyakarta: ANDI Yogyakarta.
- Susanti, V. (2021) Optimalisasi Produksi Tahu Menggunakan Program Linier Metode Simpleks. *Jurnal Ilmiah Matematika*, Vol.09, No.02.
- Taha, H. A. (2017). *Operations Research An Introduction*. Pearson: University of Arkansas, Fayetteville.
- Wijaya, A. (2012). *Pengantar Riset Operasi*. Edisi kedua. Jakarta: Mitra Wacana Media.