

# **DESAIN KENDALI ADAPTIF PADA MODEL PENYEBARAN DEMAM BERDARAH DENGAN MELIBATKAN FASE AKUATIK NYAMUK**

**Regina Wahyudyah Sonata Ayu**

*Program Studi Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam,  
Universitas San Pedro*

\*email: [reginawahyudyahsonataayu@gmail.com](mailto:reginawahyudyahsonataayu@gmail.com)

**Abstrak:** Pada paper ini kendali adaptif didesain pada model penyebaran demam berdarah dengan melibatkan fase akuatik nyamuk. Model penyebaran demam berdarah yang dikaji melibatkan enam variabel *state* (manusia rentan, manusia terinfeksi, manusia sembuh, nyamuk pada fase akuatik, nyamuk dewasa rentan dan nyamuk dewasa terinfeksi) dan satu variabel masukan kendali berupa vaksinasi. Tujuan desain kendali adaptif ini adalah untuk menurunkan jumlah manusia rentan mengikuti fungsi acuan yang diberikan sedemikian sehingga manusia rentan berpindah ke kompartemen manusia sembuh serta jumlah manusia terinfeksi menurun. Konvergensi *tracking* dianalisis menggunakan fungsi Lyapunov. Performansi kendali adaptif yang telah didesain dievaluasi menggunakan simulasi numerik. Secara analitik dan numerik dapat ditunjukkan bahwa kendali adaptif berupa vaksinasi ini kokoh (*robust*) dengan adanya ketidakpastian parameter serta tujuan desain kendali tercapai.

**Kata Kunci:** demam berdarah, fase akuatik, fungsi Lyapunov, kendali adaptif, ketidakpastian parameter, kokoh.

**Abstract:** In this paper an adaptive controller was designed for a dengue transmission model considering the aquatic phase of the mosquito. The dengue model that being considered in this study involved six state variables (susceptible humans, infected humans, recovered humans, mosquitoes in the aquatic stage, susceptible mosquitoes, and infected mosquitoes) and one variable of input control, i.e, vaccination. The objective of the proposed controlled was decreasing the number of susceptible individuals tracking the given reference function such that susceptible humans enter the revored compartment and the number of infected humans was also decreasing. The tracking convergence were analyzed using a Lyapunov function. The performance of the designed controller was evaluated through numerical simulations. It can be shown analytically and

*numerically that the adaptive controller in the form of vaccination was robust against parameter uncertainties and the desired control objective was achieved.*

**Keywords:** *adaptive controller, aquatic phase, dengue, Lyapunov function, parameter uncertainty, robust*

## PENDAHULUAN

Demam berdarah merupakan salah satu jenis penyakit berbasis vektor nyamuk yang mewabah di seluruh dunia baik daerah subtropis maupun tropis. Diperkirakan sekitar 50 – 100 juta kasus terjadi di lebih dari 100 negara (WHO, 2018). Menurut data WHO, Indonesia termasuk negara endemik dengan kasus infeksi terbesar kedua dari 10 negara endemik di Asia Tenggara. Kementerian Kesehatan Indonesia mencatat pada periode 1 Januari hingga 3 Februari 2019 penderita demam berdarah di Indonesia mencapai angka 16.692 dan 169 orang diantaranya meninggal dunia.

Manusia terinfeksi demam berdarah melalui gigitan nyamuk, pada umumnya nyamuk *Aedes aegypti* betina. Sementara itu, nyamuk betina terinfeksi demam berdarah setelah menghisap darah manusia yang sudah terinfeksi virus demam berdarah. Nyamuk membutuhkan darah untuk memberi asupan protein bagi telur-telurnya. Larva menetas saat air menggenangi telur baik karena air hujan atau karena penambahan air oleh manusia. Ketika larva telah memperoleh energi dan ukuran yang cukup, proses metamorfosis selesai, mengubah larva menjadi pupa. Nyamuk dewasa yang baru terbentuk keluar dari air setelah memecahkan kulit kepompong. Proses ini berlangsung antara 8 hingga 10 hari (Otero dkk, 2008).

Penanganan wabah demam berdarah sering dilakukan melalui strategi kontrol vektor. Akan tetapi, berdasarkan hasil penelitian yang telah dilakukan oleh Derouich, dkk. (2003), pengurangan populasi nyamuk melalui kontrol vektor (berupa pembasmian larva dan penggunaan insektisida) hanya menunda terjadinya wabah namun tidak menurunkan jumlah infeksi (Derouich, 2003). Hal ini sejalan dengan penelitian mengenai penggunaan insektisida yang telah dilakukan oleh Newton dan Reiter (Newton & Reiter, 1992). Kemudian, menurut Cattand, dkk., keberhasilan pencegahan demam berdarah dan kontrol pada skala nasional sangat minim meskipun melibatkan pengawasan penyakit aktif dan penggunaan insektisida (Cattand dkk, 2006). Di samping itu, penggunaan insektisida dapat meningkatkan resistensi nyamuk (Keeling & Rohani, 2008). Karena minimnya perawatan khusus untuk demam berdarah dan terbatasnya penanganan dengan kontrol vektor, maka saat ini dikembangkan vaksin sebagai bentuk usaha penanganan demam berdarah (Murrell dkk, 2011).

Model demam berdarah dengan kontrol yang melibatkan vaksinasi telah dikaji oleh Derouich dkk. dimana kontrolnya didefinisikan konstan. Selanjutnya, Rodrigues, dkk. mengkaji tentang kontrol yang melibatkan vaksinasi pada model demam berdarah dengan kontrol optimal (Rodrigues, 2013). Namun demikian, model-model ini belum mengkaji mengenai ketidakpastian parameter. Perlu diingat bahwa salah satu kelemahan model epidemiologi termasuk model demam berdarah adalah parameter bervariasi dan juga terkadang tidak adanya data real sehingga parameter-parameter model pun tidak diketahui pasti modelnya. Akibatnya, analisis numerik dari model tersebut hanya bergantung pada pemilihan parameter tertentu. Karena itu, pada penelitian ini akan didesain kendali adaptif berupa pemberian vaksin pada model penyebaran demam berdarah dengan adanya ketidakpastian parameter.

### FORMULASI MODEL

Sebelum mendesain pengendali, terlebih dahulu akan dijabarkan konstruksi model kontrol penyebaran demam berdarah. Model ini mengikuti model yang sudah dikaji oleh Rodrigues dkk. dengan mengabaikan penurunan imunitas setelah pemberian vaksin. Model ini dibangun dengan asumsi-asumsi sebagai berikut: jumlah populasi manusia dan populasi nyamuk konstan; manusia dan nyamuk yang baru lahir langsung masuk kategori rentan; tidak ada kematian akibat penyakit baik pada populasi manusia maupun nyamuk; kontrol  $u$  menyatakan proporsi manusia rentan yang divaksin ( $0 \leq u \leq 1$ ) sedemikian sehingga manusia rentan yang dikenakan vaksin dapat berpindah ke kompartemen manusia kebal atau sembuh.

Model kontrol penyebaran demam berdarah ini dibangun dengan mengklasifikasi populasi manusia dibagi ke dalam tiga kompartemen yakni kompartemen manusia rentan ( $S_h$ ), kompartemen manusia terinfeksi ( $I_h$ ), dan kompartemen manusia sembuh ( $R_h$ ). Dengan demikian, total populasi manusia saat  $t$  adalah  $N_h(t) = S_h(t) + I_h(t) + R_h(t)$ . Sementara itu, populasi nyamuk dibagi dalam dua fase yakni nyamuk pada fase akuatik dan nyamuk dewasa. Populasi nyamuk pada fase akuatik ( $A_m$ ) dalam hal ini meliputi fase telur, fase larva, dan fase pupa. Populasi nyamuk dewasa dibagi ke dalam dua kompartemen yakni kompartemen nyamuk dewasa rentan ( $S_m$ ), dan kompartemen nyamuk dewasa terinfeksi ( $I_m$ ), sehingga total populasi nyamuk dewasa saat  $t$  adalah  $N_m(t) = S_m(t) + I_m(t)$ .

Berdasarkan asumsi-asumsi di atas maka diperoleh formulasi model kontrol penyebaran malaria hasil reduksi dalam bentuk sistem persamaan diferensial *nonlinear* sebagai berikut

$$\dot{S}_h = \frac{dS_h}{dt} = \mu_h N_h - \left( b\beta_{mh} \frac{I_m}{N_h} + \mu_h + \alpha u \right) S_h, \quad (1.a)$$

$$\dot{I}_h = \frac{dI_h}{dt} = b\beta_{mh} \frac{I_m}{N_h} S_h - (\eta_h + \mu_h) I_h, \quad (1.b)$$

$$\dot{R}_h = \frac{dR_h}{dt} = \eta_h I_h + \alpha u S_h - \mu_h R_h, \quad (1.c)$$

$$\dot{A}_m = \frac{dA_m}{dt} = \varphi \left( 1 - \frac{A_m}{nN_h} \right) N_m - (\eta_A + \mu_A) A_m, \quad (1.d)$$

$$\dot{S}_m = \frac{dS_m}{dt} = \mu_m N_m - \left( b\beta_{hm} \frac{I_h}{N_h} + \mu_m \right) S_m, \quad (1.e)$$

$$\dot{I}_m = \frac{dI_m}{dt} = b\beta_{hm} \frac{I_h}{N_h} S_m - \mu_m I_m. \quad (1.f)$$

Deskripsi parameter model disajikan dalam Tabel 1 berikut.

**Table 1:** Deskripsi dan nilai parameter model

Par.	Deskripsi	Nilai	Referensi
$b$	Rata-rata gigitan nyamuk pada manusia	1	(Newton & Reiter, 1992)
$\mu_h$	Laju kematian alami manusia.	$1/(71 \times 365)$	(Rodrigues, 2013)
$\eta_h$	Laju kesembuhan manusia.	$1/3$	(Rodrigues, 2013)
$\mu_m$	Laju kematian alami nyamuk dewasa.	$1/90$	(Rohmani & Anggraeni, 2012)
$\varphi$	Banyaknya telur per deposit per kapita.	6	(Rodrigues, 2013)
$\eta_A$	Laju maturasi dari larva menjadi nyamuk dewasa.	0,08	(Rodrigues, 2013)
$\mu_A$	Laju kematian alami larva.	$1/4$	(Rodrigues, 2013)
$n$	Banyaknya larva per manusia.	3	(Rodrigues, 2013)
$\beta_{mh}$	Peluang penularan infeksi dari manusia terinfeksi ke nyamuk.	0,375	(Rodrigues, 2013)
$\beta_{hm}$	Peluang penularan infeksi dari nyamuk terinfeksi ke manusia.	0,375	(Rodrigues, 2013)
$\alpha$	Tingkat efikasi vaksinasi.	0,5	Asumsi

**DESAIN KENDALI ADAPTIF**

Pada bagian ini akan didesain kendali adaptif untuk model (1) di atas. Untuk itu, proporsi manusia yang divaksin ( $u$ ) dikendali sedemikian sehingga jumlah manusia rentan ( $S_h$ ) berkurang mengikuti fungsi acuan ( $S_h^d$ ) yang monoton turun dan konvergen ke nol. Kendali adaptif ( $u$ ) diperoleh dengan menyusun ulang persamaan (1.a) menjadi

$$u = -\frac{\dot{S}_h}{\alpha S_h} + \frac{\mu_h(I_h + R_h)}{\alpha S_h} - \frac{b\beta_{mh}I_m}{\alpha N_h}. \quad (2)$$

Misalkan  $\theta_1 = 1/\alpha$ ,  $\theta_2 = \mu_h/\alpha$ , dan  $\theta_3 = b\beta_{mh}/\alpha$ , maka persamaan (2) dapat ditulis kembali menjadi

$$u = -\frac{\dot{S}_h}{S_h}\theta_1 + \frac{(I_h + R_h)}{S_h}\theta_2 - \frac{I_m}{N_h}\theta_3. \quad (3)$$

Selanjutnya, misalkan  $\dot{S}_h = \phi = \dot{S}_h^d - k\tilde{S}_h$ , maka persamaan (3) menjadi

$$u = -\frac{\phi}{S_h}\theta_1 + \frac{(I_h + R_h)}{S_h}\theta_2 - \frac{I_m}{N_h}\theta_3 = \mathfrak{R}\theta, \quad (4)$$

dimana  $\mathfrak{R} = \begin{bmatrix} -\frac{\phi}{S_h} & \frac{I_h + R_h}{S_h} & -\frac{I_m}{N_h} \end{bmatrix}$  menyatakan vektor regresor,  $\theta = [\theta_1 \ \theta_2 \ \theta_3]^T$  menyatakan vektor konstan berisi parameter tak pasti pada persamaan (1.a),  $\tilde{S}_h = S_h - S_h^d$  menyatakan error *tracking* dan  $k > 0$  menyatakan *gain* pengendali  $u$ . Lebih lanjut, karena desain kendali mempertimbangkan ketidakpastian parameter maka vektor parameter  $\theta$  kemudian diganti oleh vektor estimasinya yakni  $\hat{\theta}$  sehingga diperoleh kendali adaptif sebagai berikut

$$u = -\frac{\phi}{S_h}\hat{\theta}_1 + \frac{(I_h + R_h)}{S_h}\hat{\theta}_2 - \frac{I_m}{N_h}\hat{\theta}_3 = \mathfrak{R}\hat{\theta}, \quad (5)$$

**Proposisi** *Error tracking jumlah manusia rentan akan konvergen ke nol ( $\tilde{S}_h \rightarrow 0$  saat  $t \rightarrow \infty$ ) dan vektor estimasi  $\hat{\theta}$  terbatas dengan menggunakan kendali adaptif pada persamaan (5) dan mekanisme adaptasi parameter*

$$\dot{\hat{\theta}} = \Gamma \mathfrak{R}^T S_h \tilde{S}_h, \quad (6)$$

dengan  $\Gamma \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  merupakan matriks definit positif yang menyatakan gain adaptif.

**Bukti.**

Mensubstitusikan persamaan (5) ke persamaan (3) dan dengan melakukan manipulasi aljabar maka diperoleh dinamika lup tertutup dari jumlah manusia rentan sebagai berikut

$$\dot{\tilde{S}}_h = -k\tilde{S}_h - \frac{1}{\theta_1} S_h \Re \tilde{\theta}, \quad (7)$$

dengan  $\tilde{\theta} = \hat{\theta} - \theta$  menyatakan error estimasi vektor parameter  $\theta$ . Selanjutnya, untuk menganalisis kekonvergenan error *tracking* pilih fungsi Lyapunov

$$V = \frac{1}{2} \left[ \tilde{S}_h^2 + \frac{1}{\theta_1} \tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \tilde{\theta} \right] \geq 0,$$

maka

$$\dot{V} = \tilde{S}_h \dot{\tilde{S}}_h + \frac{1}{\theta_1} \dot{\tilde{\theta}}^T \Gamma^{-1} \tilde{\theta}. \quad (8)$$

Karena  $\dot{\tilde{\theta}} = \dot{\hat{\theta}}$  dan dengan mensubstitusi persamaan (6) dan (7) ke persamaan (8) diperoleh

$$\dot{V} = -k\tilde{S}_h^2 \leq 0.$$

Perhatikan bahwa fungsi Lyapunov  $V \geq 0$  dalam  $\tilde{S}_h$  dan  $\tilde{\theta}$  serta  $\dot{V}$  semi definit negatif ( $\dot{V} \leq 0$ ) maka  $V$  terbatas. Akibatnya,  $\tilde{S}_h$  dan  $\tilde{\theta}$  juga terbatas. Sementara itu, karena fungsi acuan untuk jumlah manusia rentan ( $S_h^d$ ) dan  $\tilde{S}_h$  terbatas, maka  $S_h$  terbatas. Selanjutnya, tinjau

$$\ddot{V} = -2k\tilde{S}_h \dot{\tilde{S}}_h.$$

Karena  $\tilde{S}_h$  dan  $\dot{\tilde{S}}_h$  terbatas, maka  $\ddot{V}$  juga terbatas sehingga  $\dot{V}$  kontinu seragam. Akibatnya, berdasarkan *Lyapunov-Like Lemma* (Slotine & Li, 1991),  $\dot{V} \rightarrow 0$  saat  $t \rightarrow \infty$ . Selanjutnya, karena  $k > 0$ , maka haruslah  $\tilde{S}_h \rightarrow 0$  saat  $t \rightarrow \infty$ . Lebih lanjut, karena  $\tilde{\theta}$  terbatas dan  $\theta$  konstan, maka  $\hat{\theta}$  terbatas. Selain itu, karena error estimasi  $\tilde{\theta}$  terbatas maka kendali adaptif yang telah didesain kokoh terhadap ketidakpastian parameter. ■

**SIMULASI DAN ANALISIS NUMERIK**

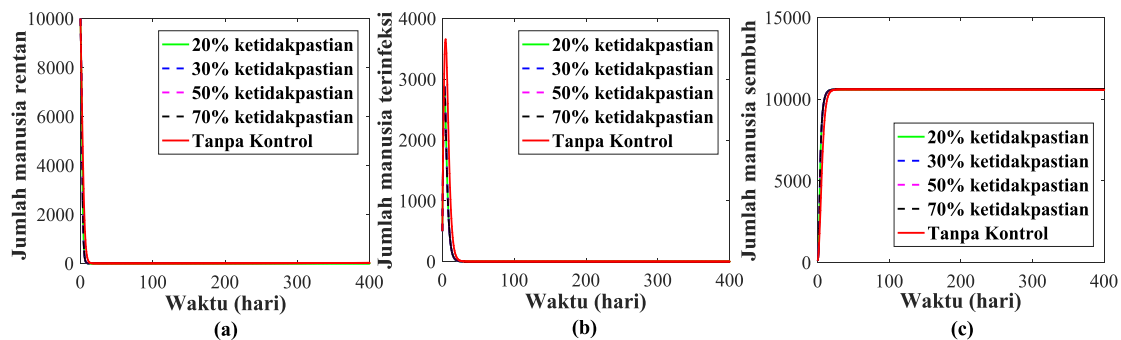
Pada bagian ini akan dilakukan simulasi numerik guna mengevaluasi strategi kendali adaptif yang sudah didesain untuk kemudian dianalisis pengaruhnya dalam menurunkan jumlah manusia rentan dan jumlah manusia terinfeksi. Simulasi numerik

dilakukan dengan menggunakan MATLAB yakni dengan memanfaatkan perintah *ode45* dengan lama periode kendali adalah 400 hari. Nilai parameter model mengikuti nilai-nilai yang disajikan pada Tabel 1. Sementara itu, nilai awal untuk masing-masing variabel *state* adalah  $S_h(0) = 10.000$ ,  $I_h(0) = 500$ ,  $R_h(0) = 100$ ,  $A_m(0) = 20.000$ ,  $S_m(0) = 20.000$ , dan  $I_m(0) = 5.000$ .

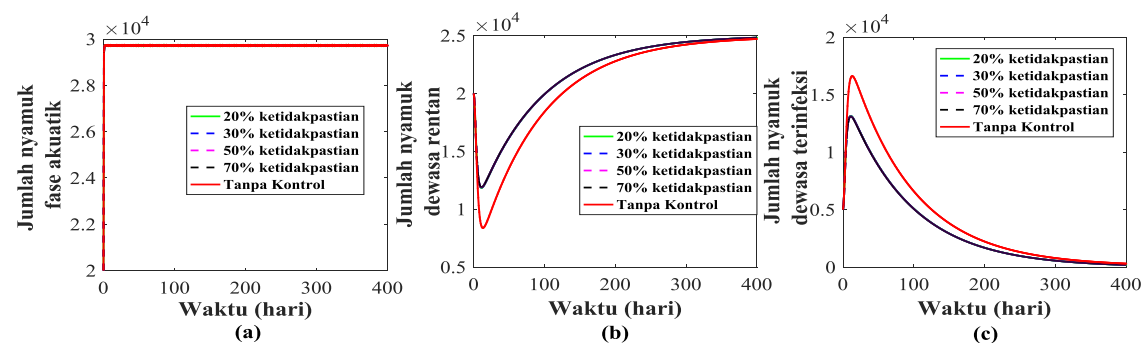
Strategi kendali adaptif disimulasikan dengan memilih fungsi acuan sebagai berikut.

$$S_h^d(t) = S_h(0)e^{-\beta t},$$

dengan  $\beta = 0,5$ . Gain pengendali pada persamaan (5) dan matriks gain adaptif pada persamaan (6) dipilih melalui proses *trial and error* sedemikian sehingga konvergensi eror *tracking* tercapai yakni  $k = 0,5$  dan  $\Gamma = \text{diag}(10^{-8}, 10^{-8}, 10^{-8})$ . Lebih lanjut, 20%, 30%, 50%, dan 70%, ketidakpastian dipilih sebagai nilai awal untuk mekanisme adaptasi parameter pada persamaan (6).

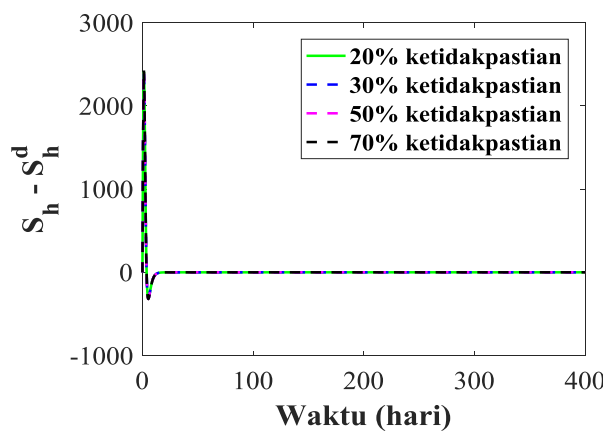


**Gambar 1** Simulasi numerik perbandingan (a) jumlah manusia rentan, (b) jumlah manusia terinfeksi, dan (c) jumlah manusia sembuh sebelum dan sesudah dikenakan kendali adaptif untuk empat kondisi ketidakpastian (20%, 30%, 50%, dan 70%).

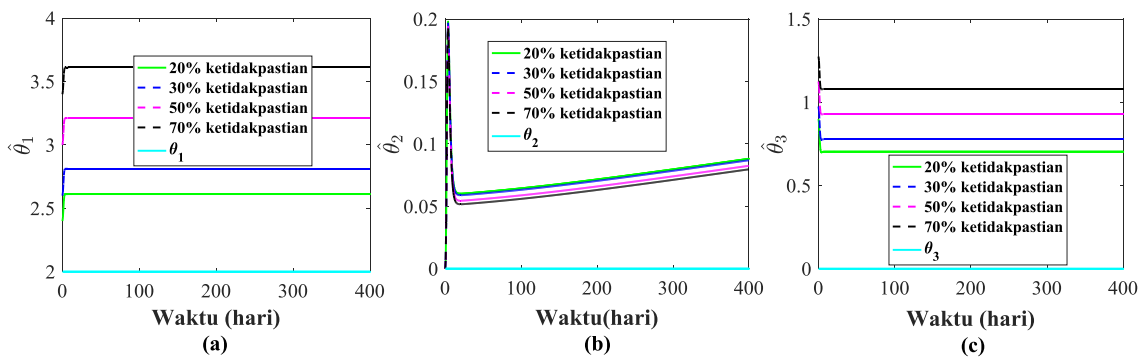


**Gambar 2** Simulasi numerik perbandingan (a) jumlah nyamuk pada fase akuatik, (b) jumlah nyamuk dewasa rentan, dan (c) jumlah nyamuk dewasa terinfeksi sebelum dan sesudah dikenakan kendali adaptif untuk empat kondisi ketidakpastian (20%, 30%, 50%, dan 70%).

Berdasarkan hasil simulasi, solusi model demam berdarah tanpa kontrol dan sesudah dikenakan kendali adaptif memiliki tren yang sama. Perhatikan bahwa jumlah manusia rentan dengan kendali adaptif lebih cepat menurun, namun konvergen menuju nol lebih lama dibandingkan dengan kondisi tanpa kontrol (lihat Gambar 1.a). Hal ini terjadi karena adanya penambahan dari jumlah manusia sembuh akibat pemberian vaksin (lihat Gambar 1.c). Terlihat pula bahwa jumlah manusia terinfeksi mengalami penurunan yang signifikan jika dibandingkan ketika belum dikenakan kendali adaptif (lihat Gambar 1.b).



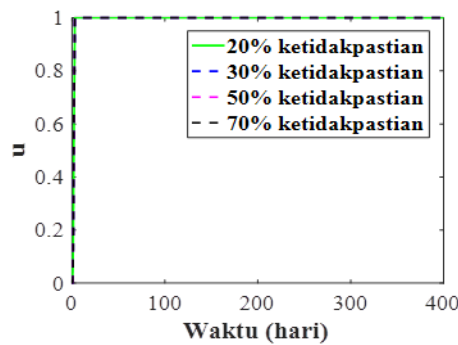
**Gambar 3.** Simulasi numerik error *tracking* jumlah manusia rentan untuk 20%, 30%, 50%, dan 70% ketidakpastian



**Gambar 4** Simulasi numerik vektor estimasi parameter  $\hat{\theta}$  untuk 20%, 30%, 50%, dan 70% ketidakpastian.

Penurunan jumlah manusia terinfeksi ini kemudian berdampak pada jumlah populasi nyamuk. Hal ini terlihat pada Gambar 2.b dimana jumlah nyamuk dewasa rentan lebih mengalami peningkatan dan jumlah nyamuk dewasa terinfeksi (Gambar 2.c) lebih cepat mengalami penurunan setelah dikendali dengan kendali adaptif berupa vaksinasi. Sementara itu, jumlah nyamuk pada fase akutik (Gambar 2.a) terlihat tidak

berubah baik sebelum maupun setelah dikendali. Berdasarkan Gambar 1 dan Gambar 2 terlihat bahwa solusi model (1.a) – (1.f) serupa untuk empat kondisi ketidakpastian yang diberikan.



**Gambar 5** Simulasi numerik proporsi jumlah manusia rentan yang divaksin ( $u$ ) untuk 20%, 30%, 50%, dan 70% ketidakpastian.

Kendali adaptif pada persamaan (5) dan mekanisme adaptasi parameter pada persamaan (6) menjamin konvergensi error *tracking*. Sebagaimana telah dibuktikan pada bagian sebelumnya yakni melalui analisis Lyapunov, error *tracking* jumlah manusia rentan konvergen ke nol saat waktu mendekati takhingga untuk semua kondisi ketidakpastian yang diberikan (lihat Gambar 3). Selain itu, vektor estimasi parameter pun terbatas (lihat Gambar 4). Lebih lanjut, berdasarkan Gambar 5 terlihat bahwa kendali adaptif ( $u$ ) dapat beradaptasi (kokoh) dengan adanya ketidakpastian parameter sedemikian sehingga konvergensi error *tracking* tercapai.

## KESIMPULAN

Pada penelitian ini kendali adaptif berupa vaksinasi didesain pada model penyebaran berdarah dimana parameter model mengandung ketidakpastian. Tujuan desain ini adalah menurunkan jumlah manusia rentan dan manusia terinfeksi. Konvergensi error *tracking* dan kekokohan (*robustness*) terhadap ketidakpastian parameter dianalisis menggunakan fungsi Lyapunov yang bersesuaian dengan terlebih dahulu menentukan aturan kendali adaptif dan mekanisme adaptasi parameter.

Simulasi numerik telah dilakukan untuk mengevaluasi performansi kendali adaptif yang telah didesain dengan mempertimbangkan empat kondisi ketidakpastian parameter yakni 20%, 30%, 50%, dan 70% ketidakpastian. Berdasarkan hasil simulasi terlihat bahwa solusi model dengan kendali adaptif serupa sekalipun terdapat ketidakpastian parameter. Desain ini juga menjamin error *tracking* tercapai sedemikian

sehingga tujuan desain kontrol, yakni penurunan jumlah manusia rentan dan jumlah manusia terinfeksi, tercapai.

## DAFTAR PUSTAKA

- Cattand, P., Desjeux, P., Guzmán, M. G., Jannin, J., Kroeger, A., Medici, A., Musgrove, P., Nathan, M. B., Shaw, A., & Schofield, C. J. (2006). Tropical Diseases Lacking Adequate Control Measures: Dengue, Leishmaniasis, and African Trypanosomiasis. Dalam D. T. Jamison, J. G. Breman, A. R. Measham, G. Alleyne, M. Claeson, D. B. Evans, P. Jha, A. Mills, & P. Musgrove (Eds), *Disease control priorities in developing countries* (pp. 452 - 466). New York: Oxford University Press.
- Derouich, M., Boutayeb, A., & Twizell, E.H. (2003). A model of dengue fever. *BioMedical Engineering Online*, 2.
- Keeling, M.J. & Rohani, P. (2008). *Modeling infectious disease in human and animals*, Princeton: Princeton University Press.
- Murrel, S., Wu, S.C., & Butler, M. (2011). Review of dengue virus and the development of a vaccine. *Biotechnol Adv*, 29(2), 239.
- Newton, E.A. & Reiter, P. (1992). A model of the transmission of dengue fever with an evaluation of the impact of ultra-low volume(ULV) insecticide application on dengue epidemics. *Am J Trop Med Hyg*, 47, 709-720.
- Otero, M., Schweigmann, N., & Solari, H.G. (2008). A stochastic spatial dynamical model for aedes aegypti. *Bull. Math. Biol.*, 70(5), 1297.
- Rodrigues, H.S., Monteiro, M.T.T., & Torres, D.F.M. (2013). Vaccination models and optimal control strategies to dengue. *Mathematical Biosciences*, 247, 1-12.
- Rohmani, A. & Anggraeni, M.T. (2012). Pemakaian antibiotik pada kasus demam berdarah dengue di Rumah Sakit Roemani Semarang tahun 2010. *Seminar Hasil Penelitian LPPM UNIMUS*, 218-227.
- Slotine, J.J.E. & Li, W. (1991). *Applied Nonlinear Control*, Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice Hall.
- WHO. (2018). Dengue and severe dengue. Diakses 10 Oktober 2018 dari <https://www.who.int/news-room/fact-sheets/detail/dengue-and-severe-dengue>.