Leibniz: Jurnal Matematika
Volume 3, Nomor 1, Halaman 16–24
Januari 2023
e-ISSN: 2775-2356

PEMBUKTIAN STRUKTUR PEUBAH INSTRUMEN BLUNDELL-BOND GENERALIZED METHOD OF MOMENT (BB-GMM) ESTIMATOR MODEL REGRESI PANEL DINAMIS

Febrya Christin Handayani Buan [1*], Dian Grace Ludji [2], Osniman Paulina Maure [3]

[1] Program Studi Agroteknologi, Fakultas Pertanian Universitas Timor,
[2] Program Studi Teknologi Informasi, Universitas Timor,
[3] Program Studi Matematika, Universitas San Pedro Kupang
[*] email: putrybuan@unimor.ac.id

Abstrak: Pemodelan regresi panel dinamis dapat mengakomodir gabungan data *cross section, time series* dan *lag time*. Adanya *lag time* peubah respon dalam model mengakibatkan permasalahan *endogenitas,* yaitu suatu kondisi korelasi antara *lag* peubah respon (y_{it-1}) dengan *error* (u_{it}) mengakibatkan tidak terpenuhinya sifat kebaikan penduga. Penyelesaian permasalahan tersebut dengan membentuk peubah instrumen yang merupakan proyeksi linier *lag* peubah respon dari model *first diference* dan model level regresi panel dinamis yang diestimasi dengan prosedur BB-GMM estimator. Penelitian ini bertujuan untuk membuktikan validitas dari setiap peubah instrumen yang terbentuk dari model regresi panel dinamis. Hasil penelitian empiris diperoleh himpunan peubah instrumen model *first diference* yang valid adalah $(y_{i1}, y_{i2}, \dots, y_{T-2})$ dan himpunan peubah instrumen model level adalah $(\Delta y_{i2}, \Delta y_{i3}, \dots, \Delta y_{t-1})$.

Kata Kunci: Regresi panel dinamis, endogenitas,peubah instrumen, bb-gmm estimator.

Abstract: *Dynamic panel data model can accommodate combination of data cross section, time series and lag time. Lagged dependet variable results endogeneity problem when lagged dependet variable* (y_{it-1}) *correlation with error term* (u_{it}) *causes does no goodness of fit estimator. The problems can finish by constructing instruments variable are linier proxy for lagged dependent variable from first diference model and level*

e-ISSN: 2775-2356

model dynamic panel data model can be estimated using the GMM-Blundell Bond GMM approach. This research purposes to prove validity of each other instruments variable from BB-GMM estimator. The results of emprical research prove $(y_{i1}, y_{i2}, \dots, y_{T-2})$ *are valid instrument first diference model and* $(\Delta y_{i2}, \Delta y_{i3}, \dots, \Delta y_{T-1})$ *are valid instrument first model level.*

Keywords: *Dynamic panel regression, endogenitas, variabel instrumen, bb-gmm estimator.*

PENDAHULUAN

Pemodelan regresi panel dengan data dinamis dapat mendeteksi dan mengukur pengaruh-pengaruh yang tidak terobservasi dalam permasalahan ekonometrika, sehingga dapat meminimumkan bias dalam pendugaan parameter. Data dinamis sering dijumpai dalam permasalahan empiris yang memperhitungkan sebab akibat setiap variabel dari waktu ke waktu. Model dinamis sering mengisyaratkan suatu kondisi dimana periode waktu saat ini dipengaruhi oleh periode sebelumnya yang mengikutsertakan *time lag* dalam struktur model. Pemodelan data panel dinamis dengan metode regresi panel mengakibatkan permasalahan endogenitas, dikarenakan *lag* peubah respon (y_{it-1}) berfungsi sebagai peubah prediktor (x_{it}) mengakibatkan korelasi antara *lag* peubah respon dengan *error* (ε_{it}) sehingga hasil estimasi parameter bias dan tidak konsisten (Buan et al., 2021).

Endogenitas mengakibatkan tidak terpenuhinya sifat kebaikan penduga, penyelesaian permasalahan tersebut dengan membentuk peubah baru yang merupakan proyeksi linier dari peubah prediktor yaitu *Instrumental Variable* (IV). Metode IV diperkenalkan oleh Blundell-Bond (1998) yang menerapkan kombinasi matriks instrumen model *first difference* dan model level. Dalam pembentukan matriks peubah instrumen jika memenuhi kondisi *overidentified* maka diestimasi dengan metode *Generalized Method of Moment* (GMM) yang berfungsi untuk meminimumkan fungsi objektif dari momen sampel. Proses estimasi tersebut dikenal dengan Blundell-Bond *Generalized Method of Moment* (BB-GMM) (Elhorst, 2014).

Penelitian empiris estimator BB-GMM regresi panel dinamis telah dikaji oleh Baltagi (2021), Ahmad et al, (2022), namun penelitian tersebut berfokus pada rumusan estimasi parameter BB-GMM dan pemodelan regresi panel dinamis. Sehingga peneliti ingin mengkaji pembuktian setiap himpunan peubah instrumen yang menyusun matriks peubah instrumen model *first diference* dan model level regresi panel dinamis berdasarkan studi empiris dengan kajian teoritis ekonometrika, dikarenakan matriks peubah instrumen memiliki peranan penting dalam BB-GMM estimator yang akan menghasilan parameter memenuhi sifat kebaikan penduga.

Leibniz: Jurnal Matematika
Volume 3, Nomor 1, Halaman 16–24
Januari 2023
e-ISSN: 2775-2356

METODE PENELITIAN

Model regresi panel dinamis mengakomodasi data *time series, cross section* dan lag peubah respon. Model umum regresi panel dinamis menurut Baltagi (2021) sebagai berikut:

$$y_{i,t} = \delta y_{i,t-1} + x'_{it}\beta + u_{i,t} \quad i = 1, \dots, N \; t = 1, \dots, T \qquad u_{it} = \mu_i + u_{it} \quad (1)$$

Dengan δ adalah skalar x'_{it} peubah prediktor berukuran $1 \times K$; K adalah banyaknya peubah prediktor, β adalah koefisien berukuran $K \times 1$, $u_{i,t}$ adalah *error model*, dengan $\mu_i \sim IID(0, \sigma_\mu^2)$. Berdasarkan persamaan (1) akan dibentuk dalam matriks sebagai berikut:

$$\boldsymbol{Y}_t = \delta(\boldsymbol{Y}_{t-1}) + (\boldsymbol{X}_t)\,\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon}_{,t} \qquad (2)$$

Estimator BB-GMM mengkombinasikan peubah instrumen model *first difference* dan model level. Langkah pertama yang dilakukan adalah membentuk model *first difference* dari spesifik model penelitian persamaan (2) sebagai berikut:

$$\boldsymbol{Y}_t = \delta(\boldsymbol{Y}_{t-1} - \boldsymbol{Y}_{t-2}) + (\boldsymbol{X}_t - \boldsymbol{X}_{t-1})\,\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon}_t - \boldsymbol{\varepsilon}_{t-1} \qquad (3)$$

Persamaan (3) diringkas ke dalam matriks yang selanjutnya digunakan untuk pembentukan peubah instrumen sebagai berikut:

$$\Delta\boldsymbol{Y}_t = \delta\Delta\boldsymbol{Y}_{t-1} + \Delta\,\boldsymbol{X}_t\,\boldsymbol{\beta} + \Delta\boldsymbol{\varepsilon}_t \qquad (4)$$

Langkah selanjutnya mengkombinasikan model *first defference* persamaan (4) dengan model level sebagai berikut:

$$\begin{pmatrix}\Delta\boldsymbol{Y}_t\\ \boldsymbol{Y}_t\end{pmatrix} = \lambda\begin{pmatrix}\Delta\boldsymbol{Y}_{t-1}\\ \boldsymbol{Y}_{t-1}\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}\Delta\boldsymbol{X}_t\\ \boldsymbol{X}_t\end{pmatrix}\boldsymbol{\beta} + \begin{pmatrix}\Delta\boldsymbol{\varepsilon}_t\\ \boldsymbol{\varepsilon}_t\end{pmatrix}$$

Pembentukan matriks peubah instrumen berdasarkan model dari persamaan (4) yang memenuhi momen kondisi $E[(\Delta\boldsymbol{X}'\boldsymbol{\varepsilon}_t)] = 0$; $E[(\Delta\boldsymbol{Y}'_{\boldsymbol{t-l}}\,\boldsymbol{\varepsilon}_t)] = 0$; $E[(\boldsymbol{W}\Delta Y'_{t-s}\,\boldsymbol{\varepsilon}_t)] = 0$; $E[(\boldsymbol{W}\Delta\boldsymbol{Y}'\boldsymbol{\varepsilon}_t)] = 0$. Matriks $\boldsymbol{Z}_D$ merupakan representasi peubah instrumen model *first difference*:

$$\boldsymbol{Z}_D = \begin{bmatrix}\boldsymbol{D}_1\\ \boldsymbol{D}_2\\ \vdots\\ \boldsymbol{D}_N\end{bmatrix}$$

Langkah selanjutnya membentukan matriks peubah instrumen model level ($\boldsymbol{Z}_U$) berdasarkan persamaan (2) yang memenuhi momen kondisi $E[(\Delta\boldsymbol{X}'\,\Delta\boldsymbol{\varepsilon}_t)] = 0$; $E[(\boldsymbol{Y}'_{\boldsymbol{t-s}}\,\Delta\boldsymbol{\varepsilon}_t)] = 0$; $E[(\boldsymbol{W}\boldsymbol{Y}'_{t-s}\,\Delta\boldsymbol{\varepsilon}_t)] = 0$; $E[(\boldsymbol{W}\boldsymbol{Y}'\,\Delta\boldsymbol{\varepsilon}_t)] = 0$, dengan $t = 3, \dots, T$ dan

$s = 2, \dots, T-1$ (s merupakan lag waktu). $\boldsymbol{Z}_U$ merupakan representasi matriks peubah instrumen model level:

$$\boldsymbol{Z}_U = \begin{bmatrix} \boldsymbol{U}_1 \\ \boldsymbol{U}_2 \\ \vdots \\ \boldsymbol{U}_N \end{bmatrix}$$

Terbentuklah matriks instrumen untuk model BB-GMM dengan menggabungkan matriks $\boldsymbol{Z}_D$ dan $\boldsymbol{Z}_U$ yang dinotasikan $\boldsymbol{Z}_{BB}$ sebagai berikut:

$$\boldsymbol{Z}_{BB} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{Z}_{\boldsymbol{D}} & 0 \\ 0 & \boldsymbol{Z}_U \end{bmatrix}$$

Berdasarkan pada matriks peubah instrumen BB-GMM yang terbentuk dari persamaan (1) mengidentifikasikan banyaknya momen kondisi lebih dari parameter yang akan diduga atau terjadi *overidentified*, maka untuk menduga parameter $\widehat{\boldsymbol{\theta}}$ menggunakan prinsip GMM (Ahmad et al, 2022) sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \frac{\widehat{\boldsymbol{\theta}}}{\widehat{\boldsymbol{\delta}}} = &\left[\left(N^{-\mathbf{1}} \textstyle\sum_{i=1}^{N} \boldsymbol{X}_{BB_i}{}' \boldsymbol{Z}_{BB_i}\right) \widehat{\boldsymbol{A}} \left(N^{-1} \textstyle\sum_{i=1}^{N} \boldsymbol{Z}_{BB_i}{}' \boldsymbol{X}_{BB_i}\right)\right]^{-\mathbf{1}} \\ &\left[\left(N^{-\mathbf{1}} \textstyle\sum_{i=1}^{\boldsymbol{N}} \boldsymbol{X}_{BB_i}{}' \boldsymbol{Z}_{BB_i}\right) \widehat{\boldsymbol{A}} \left(N^{-1} \textstyle\sum_{\boldsymbol{i=1}}^{N} \boldsymbol{Z}_{BB_i}{}' \boldsymbol{Y}_{BB_i}\right)\right] \end{aligned}$$

HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil Penelitian

1. Model *first diference* panel dinamis

Model regresi panel dinamis terdapat permasalahan endogenitas dimana lag peubah respon yang menjadi peubah prediktor dalam struktur model yang berkorelasi dengan *error* sehingga dalam estimasi parameter BB-GMM diperlukan matriks peubah instrumen yang terdiri dari scalar peubah instrumen yang tidak berkorelasi dengan *error* sehingga permasalhan endogenitas dapat terselesaikan.

Matriks peubah instrumen dengan BB-GMM estimator dibentuk dari model umum regresi panel dinamis berdasarkan persamaan (1) yang diturunkan menjadi model *first defference* yaitu sebagai berikut:

$$\Delta y_{it} = \delta \Delta y_{it-1} + \Delta x_{it} \beta + \Delta u_{it}$$
$$y_{it} - y_{it-1} = \delta(y_{it-1} - y_{it-2}) + (x_{it} - x_{it-1})\beta + (\varepsilon_{it} - \varepsilon_{it-1})$$
$$i = 1, \dots, N; t = 3, \dots, T$$

karena $(y_{it-1} - y_{it-2})$ berkorelasi dengan komponen *error* $(u_{it} - u_{it-1})$, maka akan dipilih peubah instrumen yaitu y_{it-2}.Untuk membuktikan y_{it-2} adalah peubah instrumen yang tepat maka y_{it-2} harus memenuhi syarat-syarat sebagai berikut:

- Tidak berkorelasi dengan komponen *error* Δu_{it}
- Berkorelasi dengan peubah Δy_{it-1}

2. Pembentukan peubah instrumen model *first deference*:

Pada tahapan ini akan dibuktikan scalar peubah instrumen yang menyusun matriks peubah instrumen model *first deference* yang tidak berkorelasi dengan *error*. $u_{it} - u_{it}$ adalah *moving average* (MA) (1) dengan unit root. Pembuktian dilakukan dari periode pertama $t = 3$.

- Untuk $t = 3$

$$y_{i3} - y_{i2} = \delta(y_{i2} - y_{i1}) + (x_{i3} - x_{i2})\beta + (u_{i3} - u_{i2})$$

Pada kasus ini, y_{i1} merupakan peubah instrumen yang tepat, karena y_{i1} berkorelasi dengan peubah $(y_{it-2} - y_{it-1})$, tetapi tidak berkorelasi dengan komponen *error* $(u_{i3} - u_{it2})$

- Untuk $t = 4$

$$y_{i4} - y_{i3} = \delta(y_{i3} - y_{i2}) + (x_{i4} - x_{i3})\beta + (u_{i4} - u_{i3})$$

Pada kasus ini, y_{i1} dan y_{i2} merupakan peubah instrumen yang tepat, karena berkorelasi dengan peubah $(y_{i3} - y_{i2})$,tetapi tidak berkorelasi dengan peubah komponen *error* $(u_{i4} - u_{i3})$. Maka untuk $t = 4$ terdapat penambahan peubah instrumen.

- Untuk $t = 5$

$$y_{i5} - y_{i4} = \delta(y_{i4} - y_{i3}) + (x_{i5} - x_{i4})\beta + (u_{i5} - u_{i4})$$

Sehingga terbukti untuk model *first deference*, peubah $y_{i1}, y_{i2},$ dan y_{i3} merupakan peubah instrumen yang tepat. Untuk $t = 5$ terdapat penambahan satu peubah instrumen untuk periode T sedemikian sehingga terdapat $(y_{i1}, y_{i2}, \dots, y_{T-2})$ himpunan peubah instrumen.

- Dibuktikan bahwa y_{it-2} berkorelasi dengan $(y_{it-1} - y_{it-2})$ maka:

Maka:

$$\begin{aligned}
cov(y_{it-2}, \Delta y_{it-1}) &= E\big[\big(y_{it-2} - E(y_{it-2})\big)\big(\Delta y_{it-1} - E(\Delta y_{it-1})\big)\big] \\
&= E[y_{it-2}.\Delta y_{it-1} - y_{it-2}.E(\Delta y_{it-1}) - E(y_{it-2}).\Delta y_{it-1} \\
&\qquad + E(y_{it-2}).E(\Delta y_{it-1})] \\
&= E(y_{it-2}.\Delta y_{it-1}) - E(y_{it-2}).E(\Delta y_{it-1}) - E(y_{it-2}).E(\Delta y_{it-1}) \\
&\qquad + E(y_{it-2}).E(\Delta y_{t-1}) \\
&= E(y_{it-2}.\Delta y_{it-1}) - E(y_{it-2}).E(\Delta y_{it-1})
\end{aligned}$$

$$= -\frac{\sigma_\varepsilon^2}{1+\alpha}\begin{bmatrix} \alpha^{t-3} \\ \vdots \\ \alpha \\ 1 \end{bmatrix}$$

A. Pembuktian covarian

Akan dibuktikan bahwa y_{it-2} tidak berkorelasi dengan komponen *error* $(u_{it} - u_{it-1})$ berdasarkan covarian model.

e-ISSN: 2775-2356

$$
\begin{aligned}
cov(y_{it-2}, \Delta u_{it}) &= E\big[\big(y_{it-2} - E(y_{it-2})\big)\big(\Delta u_{it} - E(\Delta u_{it})\big)\big] \\
&= E\big[\big(y_{it-2} - E(y_{it-2})\big)\big(\Delta u_{it} - E(u_{it} - u_{it-1})\big)\big] \\
&= E\big[\big(y_{it-2} - E(y_{it-2})\big)\big(\Delta u_{it} - E(u_{it}) + E(u_{it-1})\big)\big] \\
&= E\big[\big(y_{it-2} - E(y_{it-2})\big)(\Delta u_{it} - 0 + 0)\big] \\
&= E[(y_{it-2}.\Delta u_{it} - E(y_{it-2}).\Delta u_{it})] \\
&= E(y_{it-2}.\Delta \varepsilon_{it}) - E(y_{it-2}).E(\Delta u_{it}) \\
&= E(y_{it-2}.\Delta u_{it}) - E(y_{it-2}).E(u_{it} - u_{it-1}) \\
&= E(y_{it-2}.\Delta \varepsilon_{it}) - E(y_{it-2})[E(u_{it}) - E(u_{it-1})] \\
&= E(y_{it-2}.\Delta u_{it}) - E(y_{it-2})[0 - 0] \\
&= E(y_{it-2}.\Delta u_{it}) \\
&= E(y_{it-2}.\Delta u_{it}) = 0
\end{aligned}
$$

B. Pembuktian nilai harapan

- Untuk $t = 3$, maka

$$
\begin{aligned}
E(y_{it-2}.\Delta u_{it}) &= E(y_{i1}, \Delta u_{i3}) \\
&= E\big(y_{i1}, (u_{i3} - u_{i2})\big) \\
&= E(y_{i1}.u_{i3} - y_{i1}.u_{i2}) \\
&= E(y_{i1}.\varepsilon_{i3}) - E(y_{i1}.u_{i2}) \\
&= 0 - 0 \\
&= 0
\end{aligned}
$$

- Untuk $t = 4$, maka

$$
\begin{aligned}
E(y_{it-2}.\Delta u_{it}) &= E(y_{i2}, \Delta u_{i4}) \\
&= E\big(y_{i2}, (u_{i4} - u_{i3})\big) \\
&= E(y_{i2}.u_{i4} - y_{i2}.u_{i3}) \\
&= E(y_{i2}.u_{i4}) - E(y_{i2}.u_{i4}) \\
&= 0 - 0 \\
&= 0
\end{aligned}
$$

dan seterusnya sampai dengan $t = T$

- Untuk $t = T$, maka

$$
\begin{aligned}
E(y_{it-2}.\Delta \varepsilon_{it}) &= E(y_{iT-2}, \Delta \varepsilon_{iT}) \\
&= E\big(y_{iT-2}, (\varepsilon_{iT} - \varepsilon_{iT-1})\big) \\
&= E(y_{iT-2}.\varepsilon_{iT} - y_{iT-2}.\varepsilon_{iT-1}) \\
&= E(y_{iT-2}.\varepsilon_{iT}) - E(y_{iT-2}.\varepsilon_{iT-1}) \\
&= 0 - 0 \\
&= 0
\end{aligned}
$$

Leibniz: Jurnal Matematika
Volume 3, Nomor 1, Halaman 16–24
Januari 2023
e-ISSN: 2775-2356

3. Pembuktian Model Level

Pada tahap ini akan dibuktikan pemilihan peubah instrumen untuk model level berdasarkan pada model utama regresi panel dinamis persamaan (1). Pembuktian dilakukan dengan nilai harapan setiap peubah instrumen yang akan membentuk matriks peubah instrumen model level.

$$y_{it} = \delta y_{it-1} + x_{it}\beta + u_{it}$$

$$i = 1, \dots, N; t = 3, \dots, T$$

Karena y_{it-1} berkorelasi dengan komponen *error*, maka akan dibentuk peubah instrumen yang memenuhi syarat yaitu tidak berkorelasi dengan *error* tetapi berkorelasi dengan peubah respon. Sehingga dipilih peubah instrumen adalah atau $\Delta y_{i,2}$ karena $(y_{it-1} - y_{it-2})$ berkorelasi dengan y_{it-1} tetapi tidak berkorelasi dengan *error* u_{it}.
Bukti:

- Akan dibuktikan bahwa $(y_{it-1} - y_{it-2})$ berkorelasi dengan y_{it-1}

Maka:

$$cov\,(\Delta y_{it-1}, y_{it-1}) = E\big[\big(\Delta y_{it-1} - E(\Delta y_{it-1})\big)\big(y_{it-1} - E(y_{it-1})\big)\big]$$
$$= E[\Delta y_{t-1}.y_{t-1} - \Delta y_{t-1}.E(y_{it-1}) - E(\Delta y_{it-1}).y_{it-1} + E(\Delta y_{it-1}).E(y_{it-1})]$$

$$= E(\Delta y_{it-1}.y_{it-1}) - E(\Delta y_{it-1}).E(y_{it-1}) - E(\Delta y_{it-1}).E(y_{it-1}) + E(\Delta y_{it-1}).E(y_{t-1})$$
$$= E(\Delta y_{it-1}.y_{it-1}) - E(\Delta y_{it-1}).E(y_{it-1})$$
$$= \frac{\sigma_\varepsilon^2}{1+\alpha}\begin{bmatrix}\alpha^{t-3}\\ \vdots \\ \alpha \\ 1\end{bmatrix}$$

A. Pembuktian Covarian

Akan dibuktikan bahwa $(y_{it-1} - y_{it-2})$ tidak berkorelasi dengan komponen *error* u_{it-1}
Maka:

$$cov(\Delta y_{it-1}, u_{it}) = E\big[\big(\Delta y_{it-1} - E(\Delta y_{it-1})\big)\big(u_{it} - E(u_{it})\big)\big]$$
$$= E\big[\big(\Delta y_{it-1} - E(\Delta y_{it-1})\big)\big(u_{it} - E(u_{it})\big)\big]$$
$$= E\big[\big(\Delta y_{it-1} - E(\Delta y_{it-1})\big)\big(u_{it} - E(u_{it})\big)\big]$$

e-ISSN: 2775-2356

$$= E\left[\left(\Delta y_{it-1} - E(\Delta y_{it-1})\right)(u_{it} - 0 - 0)\right]$$
$$= E[(\Delta y_{it-1}.u_{it} - E(\Delta y_{it-1}).u_{it})]$$
$$= E(\Delta y_{it-1}.u_{it}) - E(\Delta y_{it-1}).E(u_{it})$$
$$= E(\Delta y_{it-1}.u_{it}) - E(\Delta y_{it-1}).E(u_{it})$$
$$= (\Delta y_{it-1}.u_{it}) - E(\Delta y_{it-1})[E(u_{it})]$$
$$= (\Delta y_{it-1}.u_{it}) - E(\Delta y_{it-1})[0 + 0]$$

B. Pembuktian nilai harapan

Akan dibuktikan bahwa

$$E(\Delta y_{it-1}.u_{it}) = 0 \; untuk \; t = 3, \dots, T$$

- Untuk $t = 3$, maka

$$E(\Delta y_{it-1}.u_{it}) = E(\Delta y_{i2}, u_{i3})$$
$$= E\left(\Delta y_{i2}, (u_{i3})\right)$$
$$= E(\Delta y_{i2} + \Delta y_{i2}.u_{it})$$
$$= E(\Delta y_{i2}) + E\left((\Delta y_{i2}.u_{i3})\right)$$
$$= E(\Delta y_{i2}) + E(y_{i2} - y_{i1})u_{i3}$$
$$= E(\Delta y_{i2}) + E(y_{i2}.u_{i3} - y_{i1}.u_{i3})$$
$$= E(\Delta y_{i2}) + E(y_{i2}.\varepsilon_{i3}) - (y_{i1}.u_{i3})$$
$$= 0 + 0 - 0$$

Pada tahapan ini terbukti bahwa peubah instrumen Δy_{i2} merupakan peubah instrumen yang valid untuk model level ketika $t = 3$

- Untuk kasus $t = 4$, maka

$$E(\Delta y_{it-1}.u_{it}) = E(\Delta y_{i3}, u_{i4})$$
$$= E\left(\Delta y_{i3}, (u_{i4})\right)$$
$$= E(\Delta y_{i3} + \Delta y_{i3}.u_{i4})$$
$$= E(\Delta y_{i3}) + E\left((y_{i3} - y_{i2})u_{i4}\right)$$
$$= E(\Delta y_{i3}) + E(y_{i3}\,u_{i4} - y_{i2}\,u_{i4})$$
$$= E(\Delta y_{i3}) + E(y_{i3}\,u_{i4}) - E(y_{i2}\,u_{i4})$$
$$= 0 + 0 - 0$$

Pada tahapan ini terbukti bahwa peubah instrumen $\Delta y_{i2}, \Delta y_{i3}$ merupakan peubah instrumen yang valid untuk model level ketika $t = 4$

Dan seterusnya sampai dengan $t = T$

- Untuk $t = T$, maka

$$E(\Delta y_{it-1}.u_{it}) = E(\Delta y_{iT-1}, u_{iT})$$
$$= E\left(\Delta y_{iT-1}, (u_{iT})\right)$$
$$= E(\Delta y_{iT-1} + \Delta y_{iT-1}\,u_{iT})$$

$$
\begin{aligned}
&= E(\Delta y_{iT-1}) + E\big((y_{iT-1} - y_{iT-2})u_{iT}\big) \\
&= E(\Delta y_{iT-1}) + E(y_{iT-1}\, u_{iT} - y_{iT-2}\, u_{iT}) \\
&= E(\Delta y_{iT-1}) + E(y_{iT-1}\, u_{iT}) - E(y_{iT-2}\, u_{iT}) \\
&= 0 + 0 - 0
\end{aligned}
$$

Sehingga struktur matriks peubah instrumen model level terdiri dari himpunan peubah instrumen $\Delta y_{i2}, \Delta y_{i3}, \dots, \Delta y_{iT-1}$ yang diimplementasikan pada matriks model level persamaan (6)

SIMPULAN

Berdasarkan hasil penelitian empirik pembuktian struktur peubah instrumen yang valid untuk model *first defference* adalah $y_{i1}, y_{i2}, \dots, y_{T-2}$. Matriks peubah instrumen model *first diference* yang terbentuk adalah sebagai berikut:

$$
\begin{bmatrix}
[y_{i,1}] & 0 & \cdots & 0 \\
0 & [y_{i,1}, y_{i,2}] & \cdots & 0 \\
\vdots & \vdots & \ddots & \\
0 & 0 & 0 & [y_{i,1}, \dots, y_{i,T-2}]
\end{bmatrix}
$$

Sedangkan himpunan struktur peubah instrumen yang valid untuk model level adalah $\Delta y_{i2}, \Delta y_{i3}, \dots, \Delta y_{iT-1}$. Matriks peubah instrumen model level adalah sebagai berikut:

$$
\boldsymbol{U}_i = \begin{bmatrix}
[\Delta y_{i,2}] & 0 & \cdots & 0 \\
0 & [\Delta y_{i,2}, \Delta y_{i,3}] & \cdots & 0 \\
\vdots & \vdots & \ddots & \\
0 & 0 & 0 & [\Delta y_{i,2}, \dots, \Delta y_{i,T-1}]
\end{bmatrix}
$$

DAFTAR PUSTAKA

Achmad, N. A., Tinungki, G. M., & Nurtiti, S (2022). *Estimation of Dynamic Panel Data Regression Parameters Using Generalized Methods of Moment*. Jurnal Matematika, Statistika dan Komputasi**,** 18 (3) 484-491.

Baltagi, B. H. (2021). *Econometrics Analysis of Panel Data*, 3rd ed. England: John Wiley & Sons.

Blundell, R., & Bond, S. (1998*). Initial Conditions and Momen Restrictions in Dynamic Panel Data Models*. Journal of Econometrics, 87 (1) 115-143.

Buan, F.C.H., Fitriani, R., & Nurjannah (2021). *Estimating Gross Regional Domestic Product (GRDP) District/City in East Nusa Tenggara with Spatial Dynamic Panel Data*. Wacana, 24(4), 190-194.

Elhorst, J. P., (2014). *Dynamic spatial panel: models methods, and inferences*. Springer. 14.5-28.